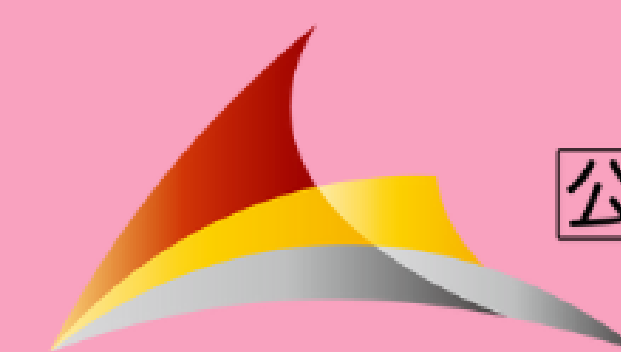


1

# 力のつり合い



公務員のライト

## 1 力のつり合い

重要度 ★★★

### ① いろいろな力

力のつり合いについて理解するうえでは、そもそも力の種類を把握しておく必要があります。ここでは、力の定義と代表的な力を紹介します。

#### 力 $F$ [N]

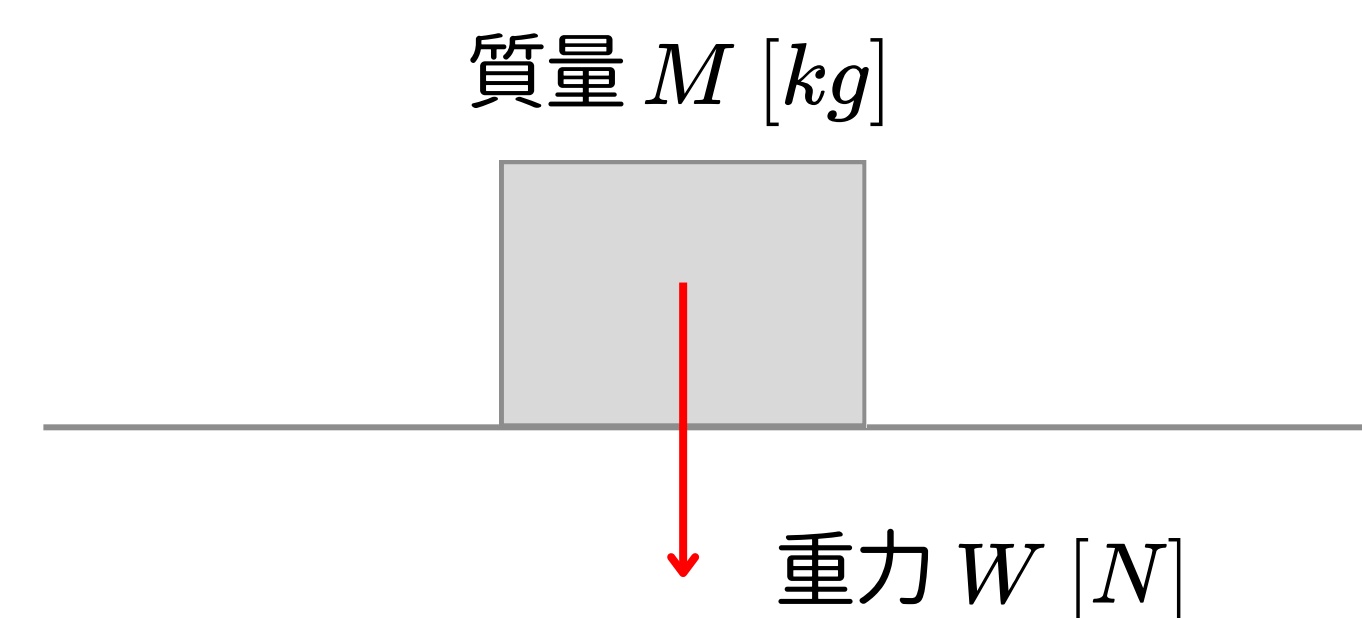
物体に加わる外的な影響のことで、その物体の運動状態や形状を変化させる原因となります。力は、ベクトル量であり、方向と大きさを持っています。

図では、方向と強さを「矢印」で表します。

#### (1) 重力 $W$ [N]

$g$  : 重力加速度

地球上では、主に  $W = mg$  [ $m/s^2$ ]



#### 重力 $W$ [N] ( $= mg$ )

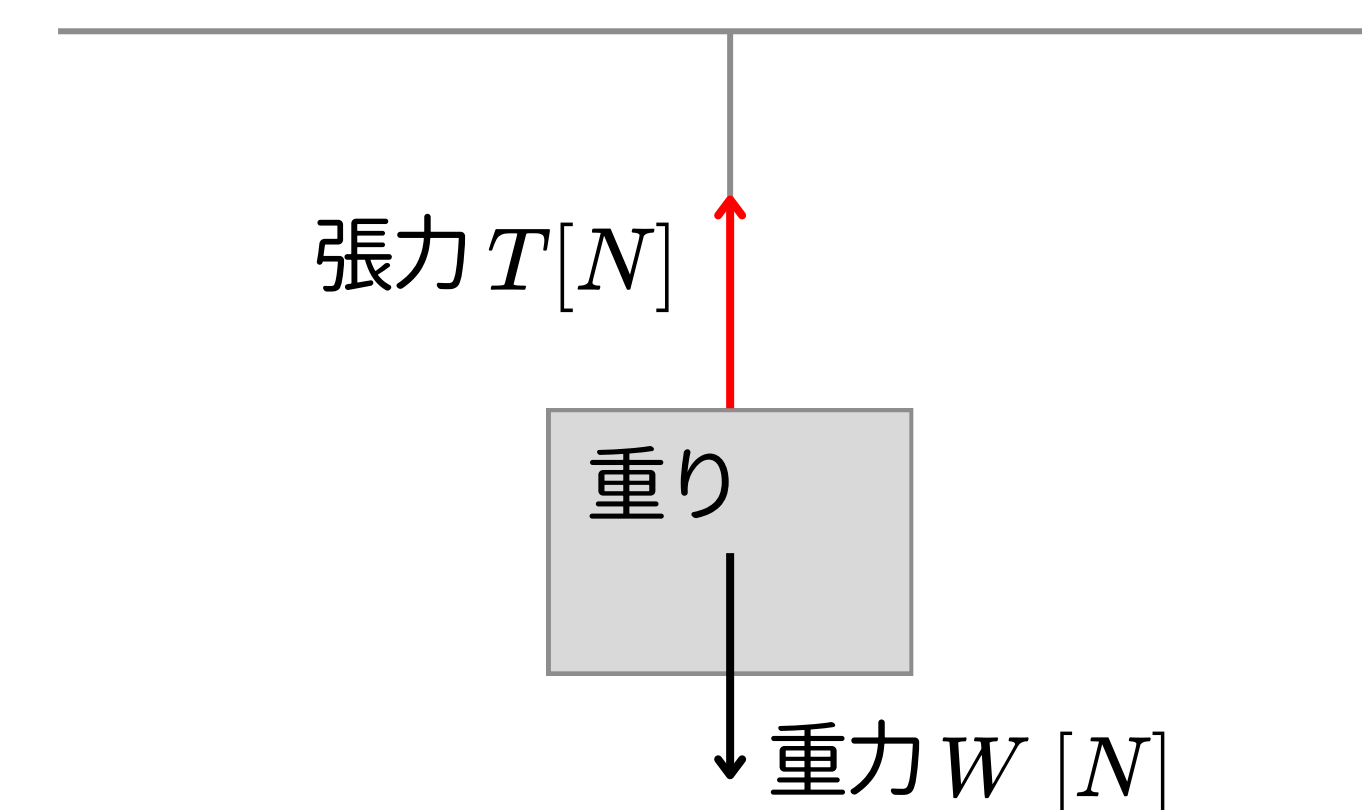
日常的な重さのことで、質量  $m$  に作用する地球の引力です。

質量  $m$  に比例します。

#### 質量 $m$ [kg]

物体に含まれる物質の量を表し、場所に関係なく一定です。

#### (2) 張力



#### 張力 $T$ [N]

紐や糸などを引っ張る力です。張力には、それとつり合う力があります。（上図では、重りの重力  $W$ ）

#### (3) 垂直抗力

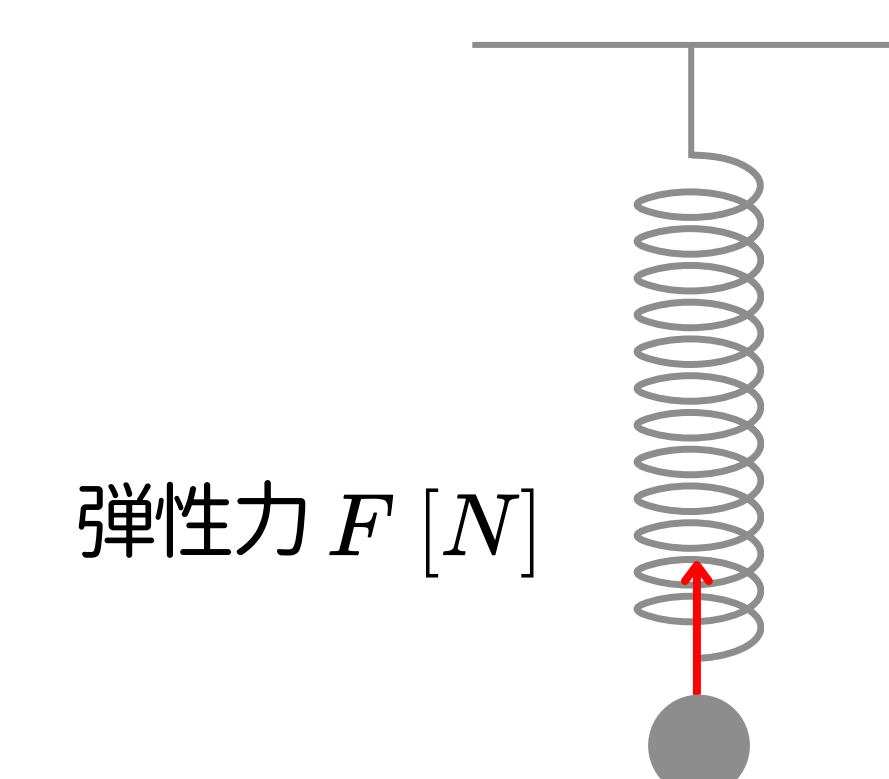


#### 垂直抗力 $N$ [N]

物体に作用する力(上図では重力)に対し、地面が押し返す力です。

物体が静止しているとき、重力と反対方向、強さは同じになります。

#### (4) 弾性力



#### フックの法則

$$F = kx$$

$k$  : ばね定数

$x$  : ばねの伸び

#### 弾性力 $F$ [N]

弾性とは、物体に力が加わった後、壊れずに元の形に戻ろうとする力です。

上記のフックの法則は、よく使いますので覚えてください。

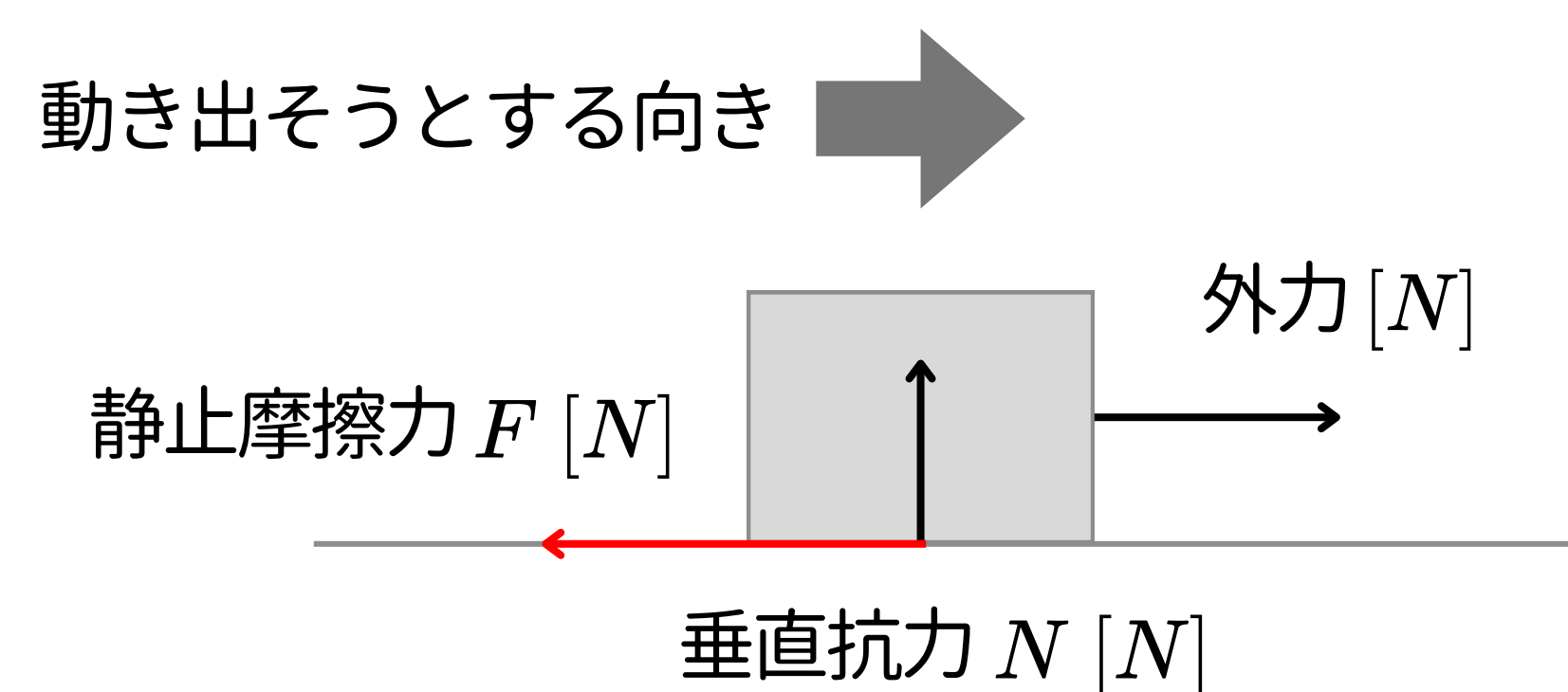
## (5) 摩擦力

### 摩擦力 $[N]$

面からはたらく、物体の運動を妨げる力です。

静止摩擦力  $F [N]$  と動摩擦力  $F' [N]$  の2つに分けて考えます。

#### ・静止摩擦力 $F [N]$



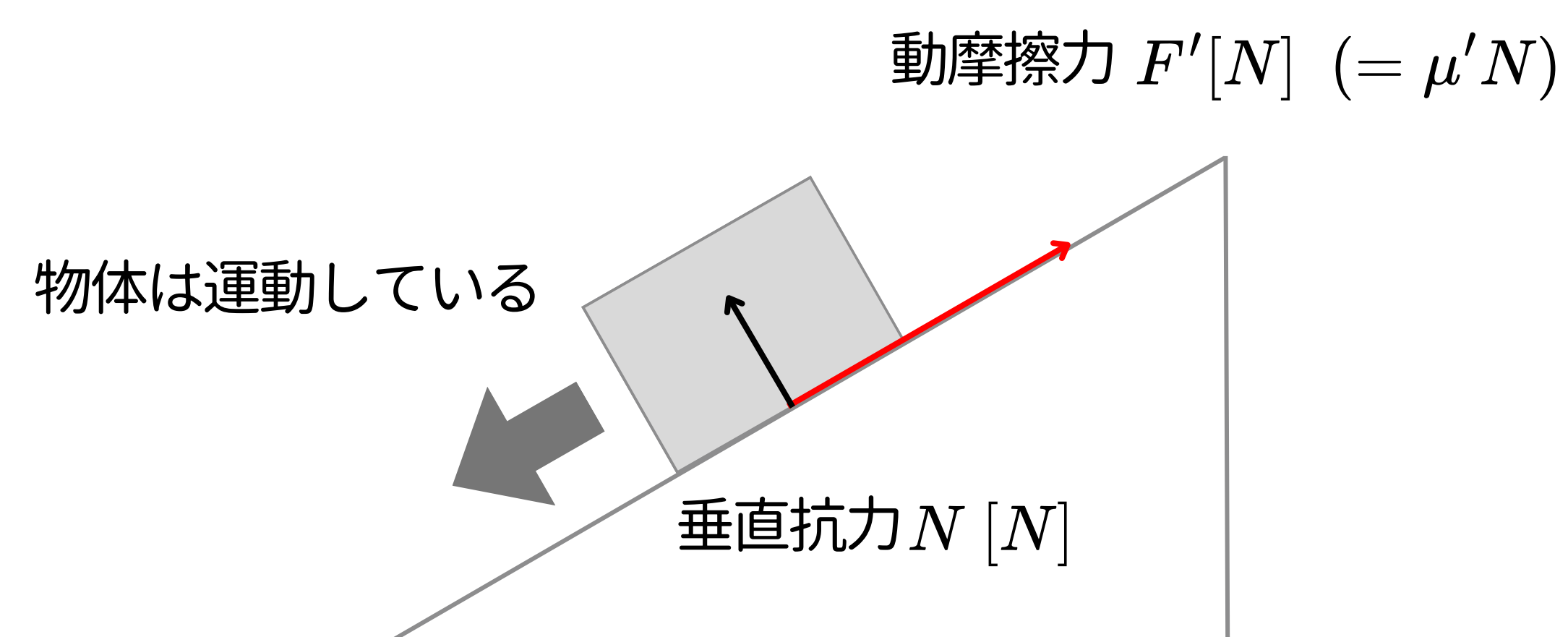
静止摩擦力  $F [N]$

$$F \leq \mu N$$

$F$ : 静止摩擦力  
 $\mu$ : 静止摩擦係数  
(単位なし)  
 $N$ : 垂直抗力

静止中の物体にはたらく摩擦力です。物体が静止している状態では、物体に働く外力と同じ強さになりますが、静止摩擦力には限界があります。この限界の力を最大静止摩擦力といい、これを以上の力を与えると動き出すことになります。

#### ・動摩擦力 $F' [N]$



動摩擦力  $F' [N]$

$$F' = \mu' N$$

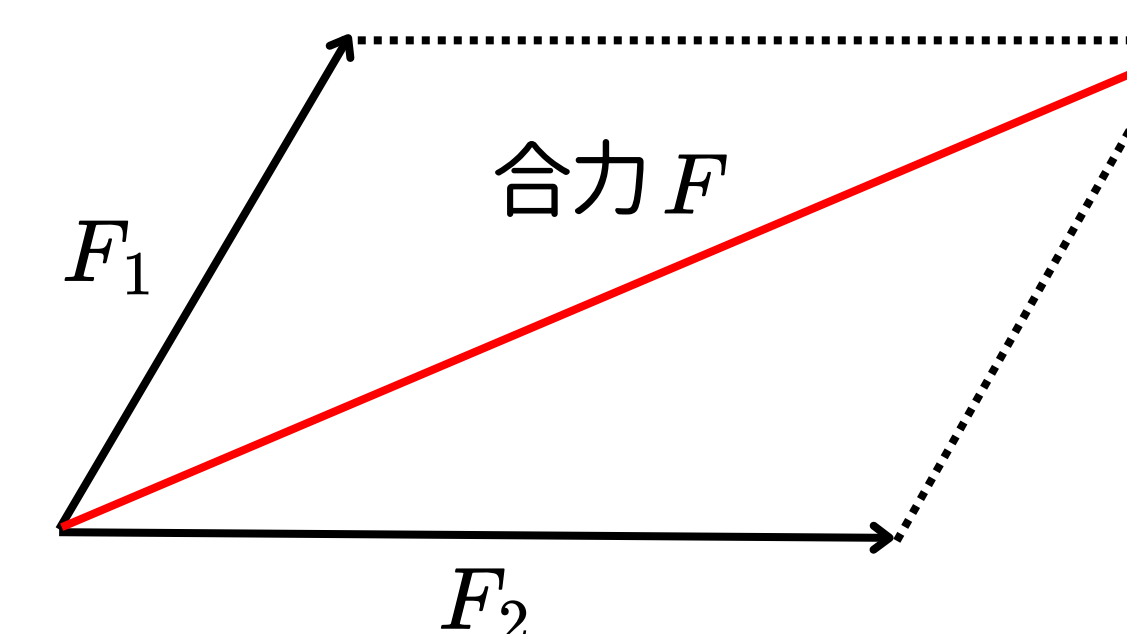
$\mu'$ : 動摩擦係数  
(単位なし)  
 $N$ : 垂直抗力  $[N]$

運動中の物体に働く摩擦力です。  
動摩擦力の大きさは常に一定になります。

## ② 力の合成と分解

力は向きと大きさをもつ「ベクトル」なので、**合成と分解**をすることができます。

### (1) 力の合成



物体に複数の力が働いているとき、1つの力として扱うことを力の合成といいます。また、合成した力のことを**合力**といいます。  
2つの力を合成した場合、合力は平行四辺形の対角線の大きさと向きになります。

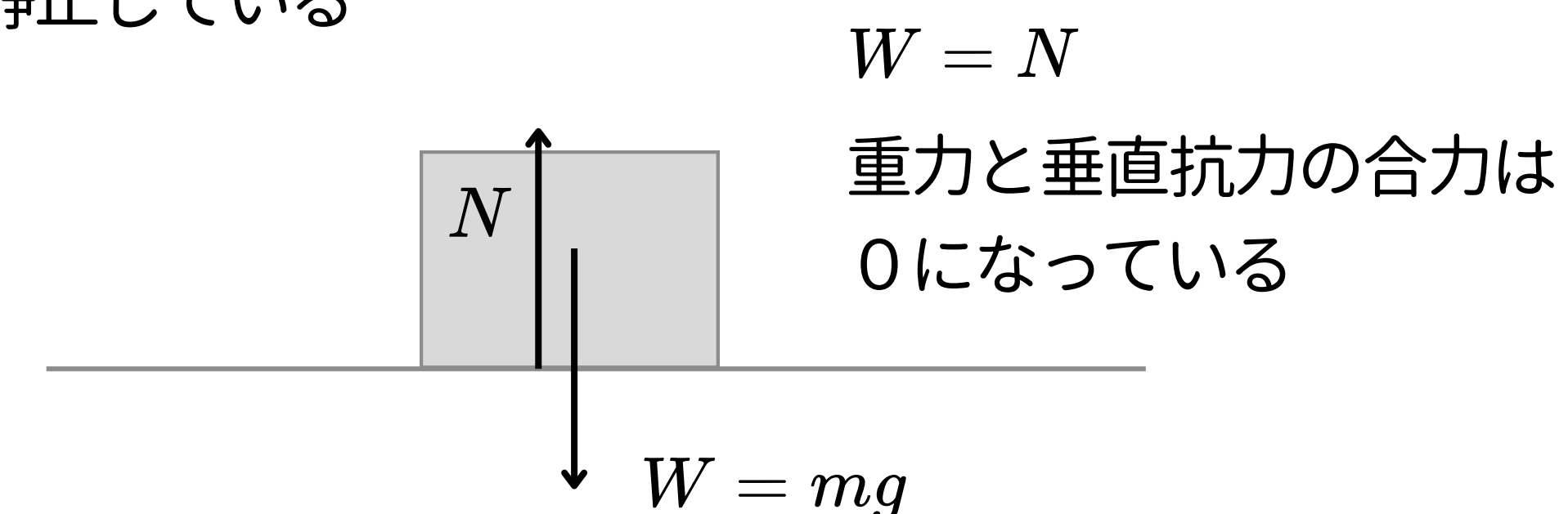
### (2) 力の分解

1つの力を複数の力に分けることを力の分解といいます。  
また、複数の力に分けられたそれぞれの力のことを分力といいます。  
力の合成と分解には逆の関係があります。

## ③ 力のつりあい

**物体の運動状態が変わらない** (静止している、同じ速さで動いている) とき、力がつりあっているといいます。  
このとき、**物体に働く外力の合力は0**になります。

物体は静止している

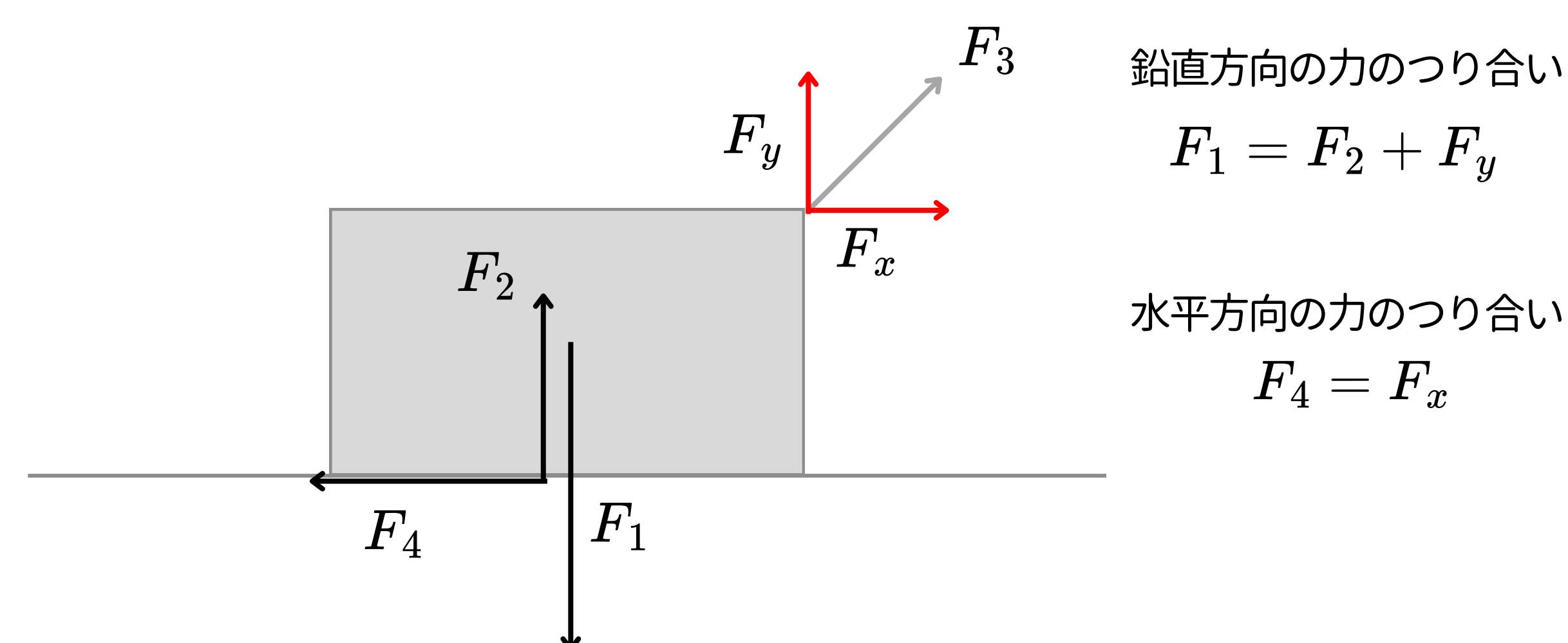


#### ④ 3力以上のつりあい

力が3つ以上ある場合でも、物体が静止しているときには力のつり合いを考えます。

斜め方向の力があった場合には、力を分解してつり合いを考えます。

物体が静止している



#### ⑤ 力のモーメント

物体をその場で回転させる力の作用をモーメントといいます。

モーメント

$$M = Fl$$

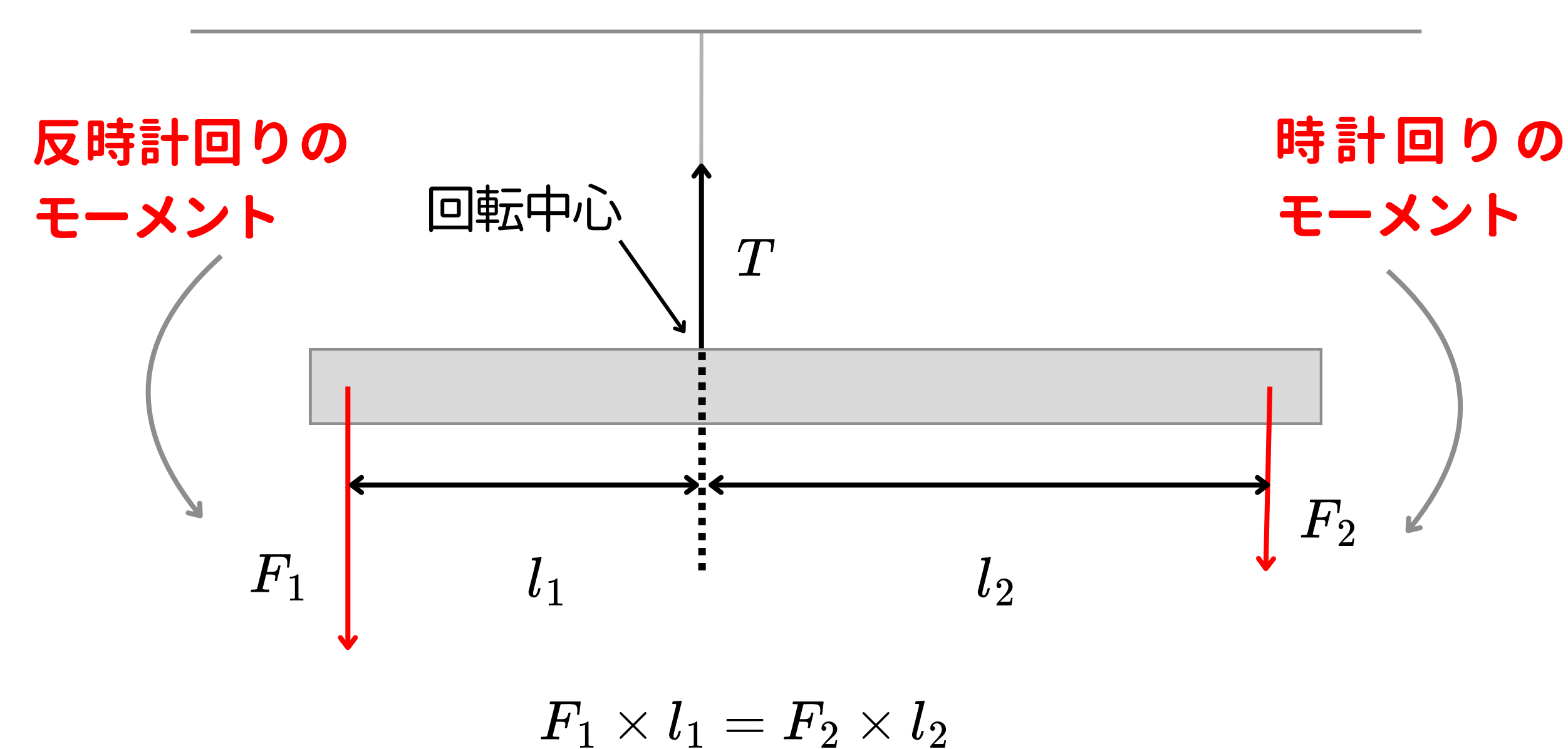
$M$  : モーメント  $[N \cdot m]$

$N$  : 力の大きさ  $[N]$

$l$  : 軸からの長さ  $[m]$

物体が静止していて、回転しない場合、モーメントがつりあっています。

**時計回りのモーメント = 反時計回りのモーメント** になります。

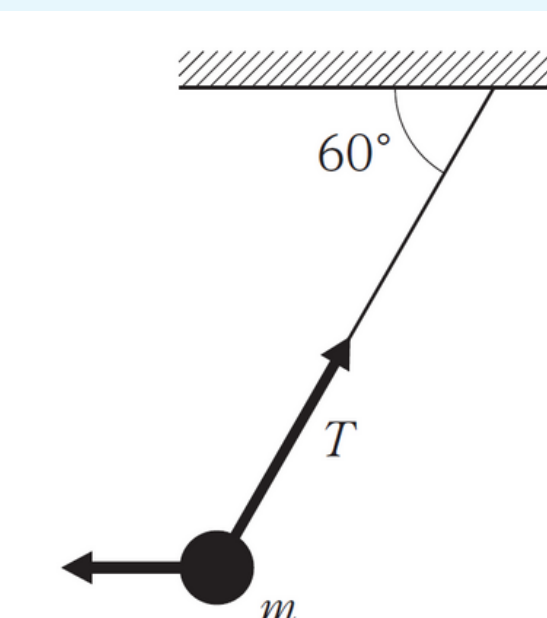


#### ▶▶▶ スタートアップ問題

図のように、質量  $m$  の小球に糸を取り付け、水平な天井からつるした後、小球を水平方向に引き、糸が天井と  $60^\circ$  の角をなす状態で静止させた。このとき、糸の張力  $T$  の大きさとして最も妥当なのはどれか。

ただし、重力加速度の大きさを  $g$  とする。

1.  $\frac{\sqrt{3}}{3}mg$
2.  $\frac{\sqrt{3}}{2}mg$
3.  $mg$
4.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}mg$
5.  $2mg$



データ・資料

【国家一般職】  
高卒技術・2022年度

用語

**三角形の定理**

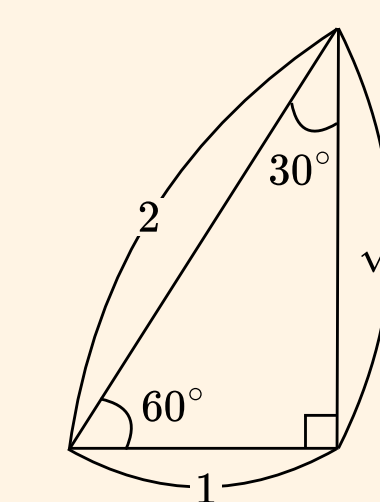
三角形の内角の和は、 $180^\circ$  になります。

例えば、電圧を求める時は  $V=RI$  という式を使います。

テクニック

**三角形の定理**

三角形の内角の和は、 $180^\circ$  になります。  
内角が  $30^\circ$ 、 $60^\circ$ 、 $90^\circ$  のとき、各辺の長さは、 $1 : 2 : \sqrt{3}$  となります。

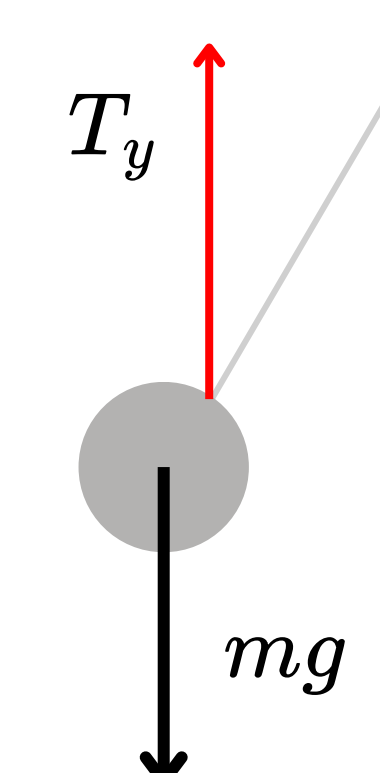
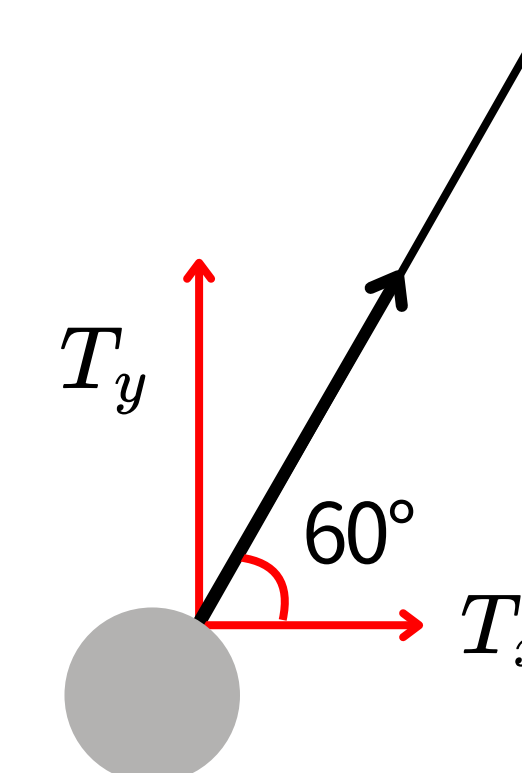


【解説】

張力  $T$  を縦方向  $T_y$  と横方向  $T_x$  の2方向に分解します。

図1 張力  $T$  の分解

図2 鉛直方向の力のつり合い



小球による力と張力  $T_y$  の関係に注目します。

小球には、重力の方式「 $W = mg$ 」から、 $mg$  の重力が作用しています。また、静止しているので、力のつり合いにより、糸には、反対方向に同じ強さの力が発生しています。

$$T_y = mg$$

糸と天井との角度  $60^\circ$  から、直角三角形の定理を用いて糸の張力  $T$  と  $T_y$  の長さ比を求めると以下ようになります。

$$T : T_y = 2 : \sqrt{3}$$

$$T = \frac{2}{\sqrt{3}} T_y$$

この式に「 $T_y = mg$ 」を代入すると、「 $T = \frac{2mg}{\sqrt{3}}$ 」となります。

ここで、右辺に  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$  をかけると、「 $T = \frac{2\sqrt{3}}{3}mg$ 」となります。

したがって、答えは④です。

### ▶▶▶ スタートアップ問題

図のように、水平な粗い床の上にある質量  $2.0\text{ kg}$  の小物体を、水平右向きに滑らせた。このとき、小物体に作用する動摩擦力の大きさとして最も妥当なのはどれか。

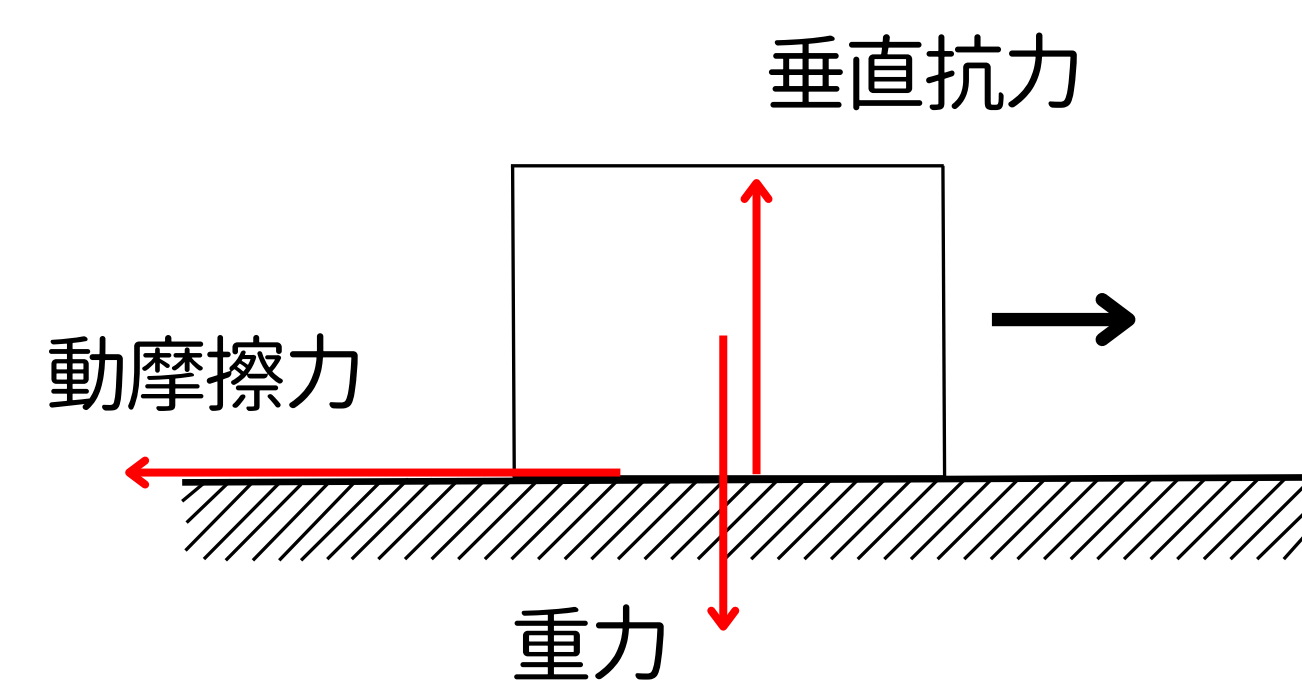


ただし、小物体と床の間の動摩擦係数を  $0.50$ 、重力加速度の大きさを  $10\text{ m/s}^2$  とする。

1.  $2\text{ N}$
2.  $5\text{ N}$
3.  $8\text{ N}$
4.  $10\text{ N}$
5.  $12\text{ N}$

#### 【解説】

小物体にはたらく力は、以下の図のようになります。



動摩擦の公式「動摩擦力＝押し付ける力（質量×重力加速度）×動摩擦係数」に「質量  $m = 2.0\text{ [kg]}$ 」「重力加速度  $g = 10\text{ [m/s}^2\text{]}$ 」「動摩擦係数  $\mu' = 0.50$ 」を代入すると、以下のようになります。

$$F = 0.50 \times 2.0 \times 10 = 10$$

したがって、答えは④です。

#### データ・資料

【国家一般職】  
高卒技術・2022年度

#### ひっかけ注意

回答の単位が  $N$  であることに注意してください。

### ▶▶▶ スタートアップ問題

図 I のように、粗い水平面上に静止している長さ  $l$ 、高さ  $h$ 、質量  $m$  の一様な直方体の剛体を、点  $O$  に付けた糸により紙面と平行かつ水平左向きに大きさ  $F$  の力で引っ張った。 $F$  を徐々に大きくしていったところ、 $F$  が  $F_0$  を超えた直後、剛体は水平面上を滑ることなく傾き始めた。このとき、 $F_0$  として最も妥当なのはどれか。

ただし、重力加速度の大きさを  $g$  とする。また、図 II は剛体に働いた力を表しており、 $N$  は垂直抗力を、 $f$  は静止摩擦力を表す。

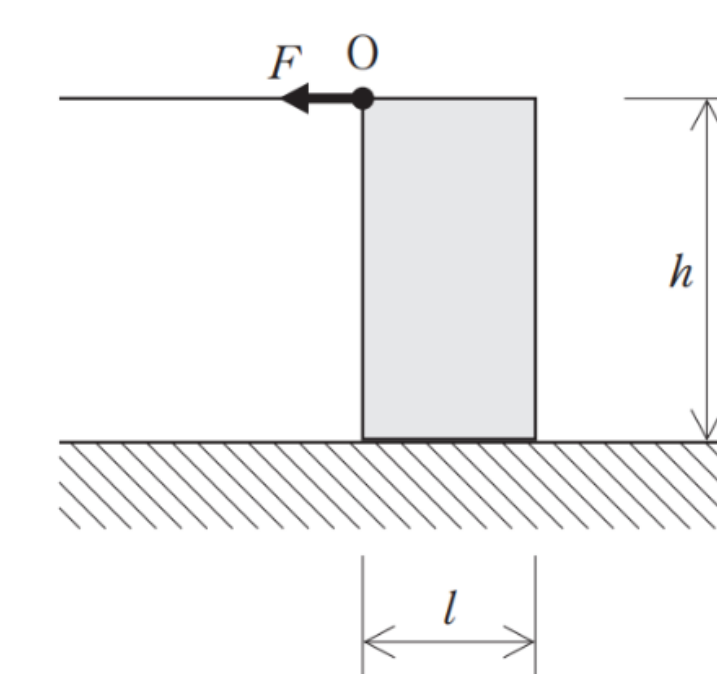


図 I

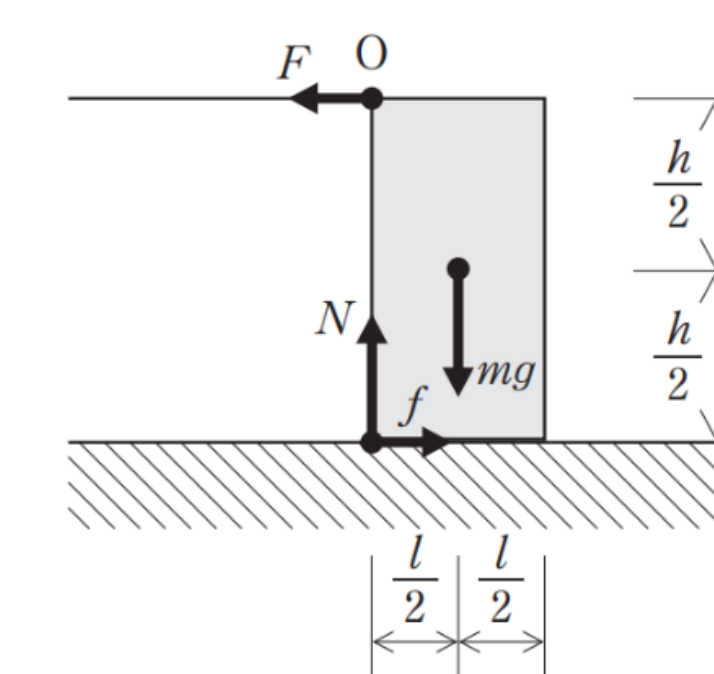


図 II

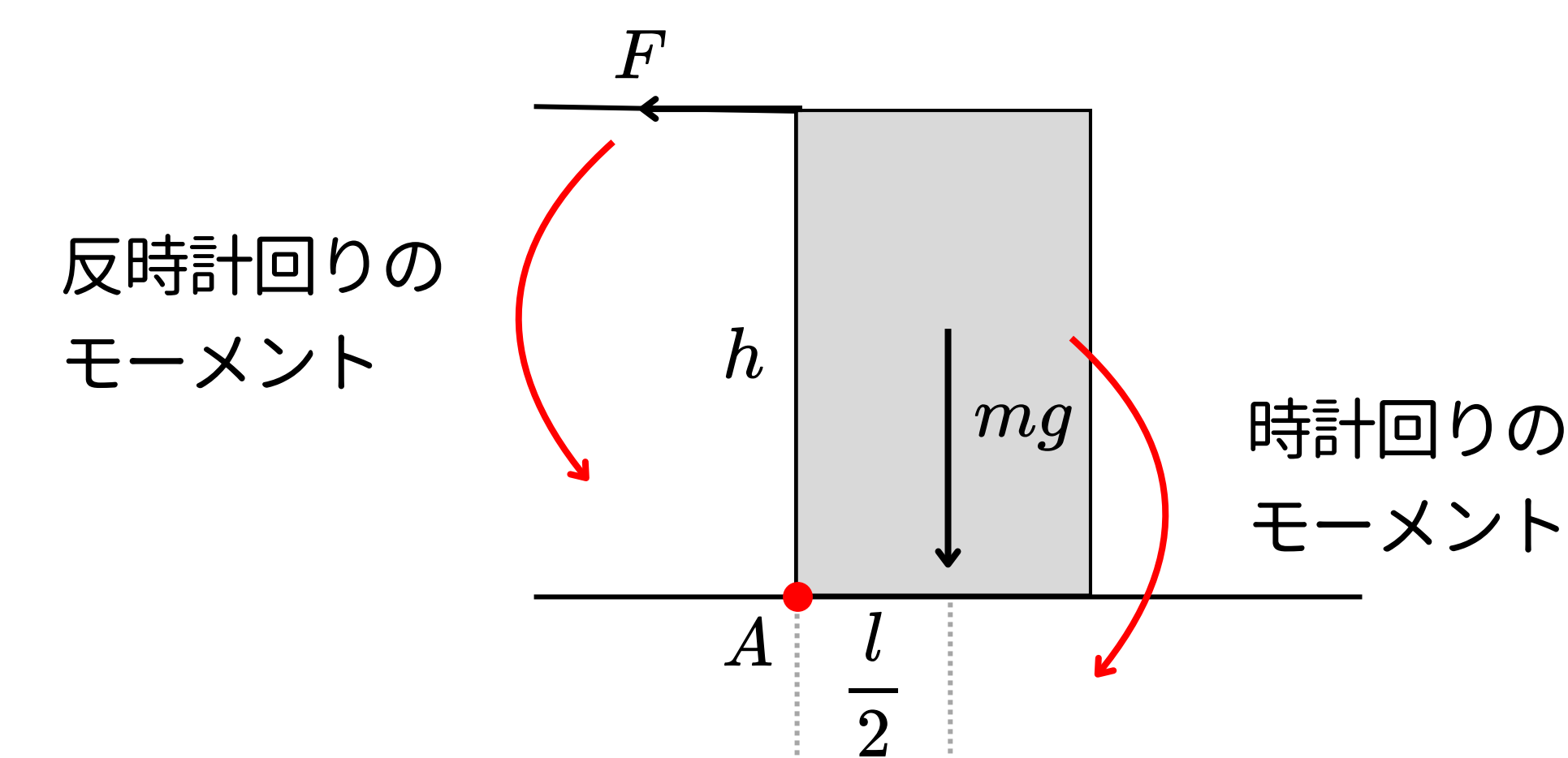
1.  $\frac{mgh}{2l}$
2.  $\frac{mgh}{l}$
3.  $\frac{mgl}{2h}$
4.  $\frac{mgl}{h}$
5.  $\frac{2mgl}{h}$

#### 【解説】

垂直抗力、静止摩擦力の作用点を  $A$  とするとき、「傾き始めた」というのは「 $A$  点を中心として反時計回りに回転し始めた」ということです。回転を考えるため、点  $A$  まわりのモーメントを考えます。モーメントは「力×距離」です。点  $A$  のまわりのモーメントを考えると次のようになります。

$$M_1 = mg \times \frac{l}{2} = \frac{mgl}{2} \quad (\text{時計回り})$$

$$M_2 = F_0 = F \times h \quad (\text{反時計回り})$$



$M_1$ と $M_2$ が等しい時が「 $F = F_0$ 」であり、傾き始めた時と考えられます。

$$Fh = \frac{mgl}{2} \Rightarrow F = \frac{mgl}{2h}$$

したがって、答えは③です。

### ▶▶▶ スタートアップ問題

一端を固定したばねに質量  $2.0 \text{ kg}$  のおもりをつるしたところ、自然長から  $50 \text{ cm}$  伸びたところで静止した。このばねのばね定数はおよそいくらか。

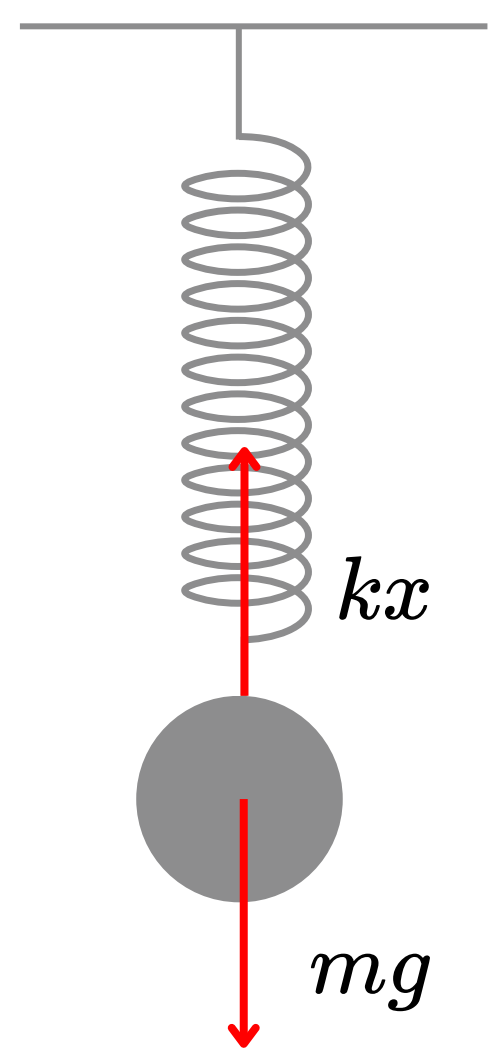
ただし、重力加速度の大きさを  $10 \text{ m/s}^2$  とする。

1.  $0.40 \text{ N/m}$
2.  $4.0 \text{ N/m}$
3.  $25 \text{ N/m}$
4.  $40 \text{ N/m}$
5.  $2.5 \times 10^2 \text{ N/m}$

#### 【解説】

フックの法則「 $F = kx$ 」を使います。 $k$  がばね定数、 $x$  はばねの伸びです。

おもりにはたらく力のつり合い



選択肢の単位に注目して、 $x$  の単位は  $[m]$  で考えます。ばねにかかる力はつり合っていることから次のようになります。

$$kx = ma \Rightarrow k \times 0.5 = 2.0 \times 10$$

$$k = 40$$

したがって、答えは④です。

データ・資料

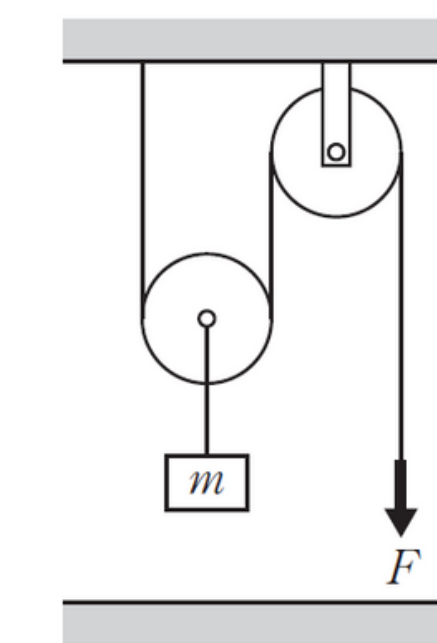
【国家一般職】  
高卒技術・2016年度

### ▶▶▶ スタートアップ問題

図のように、天井に固定された軽い定滑車と、質量  $m$  の荷物を取り付けた軽い動滑車に糸を通し、その糸を引いて荷物を床から持ち上げた。荷物がこの状態で静止しているとき、加えている力  $F$  の大きさとして最も妥当なのはどれか。

ただし、摩擦は無視するものとする。また、重力加速度の大きさを  $g$  とする。

1.  $\frac{1}{4}mg$
2.  $\frac{1}{3}mg$
3.  $\frac{1}{2}mg$
4.  $\frac{2}{3}mg$
5.  $mg$



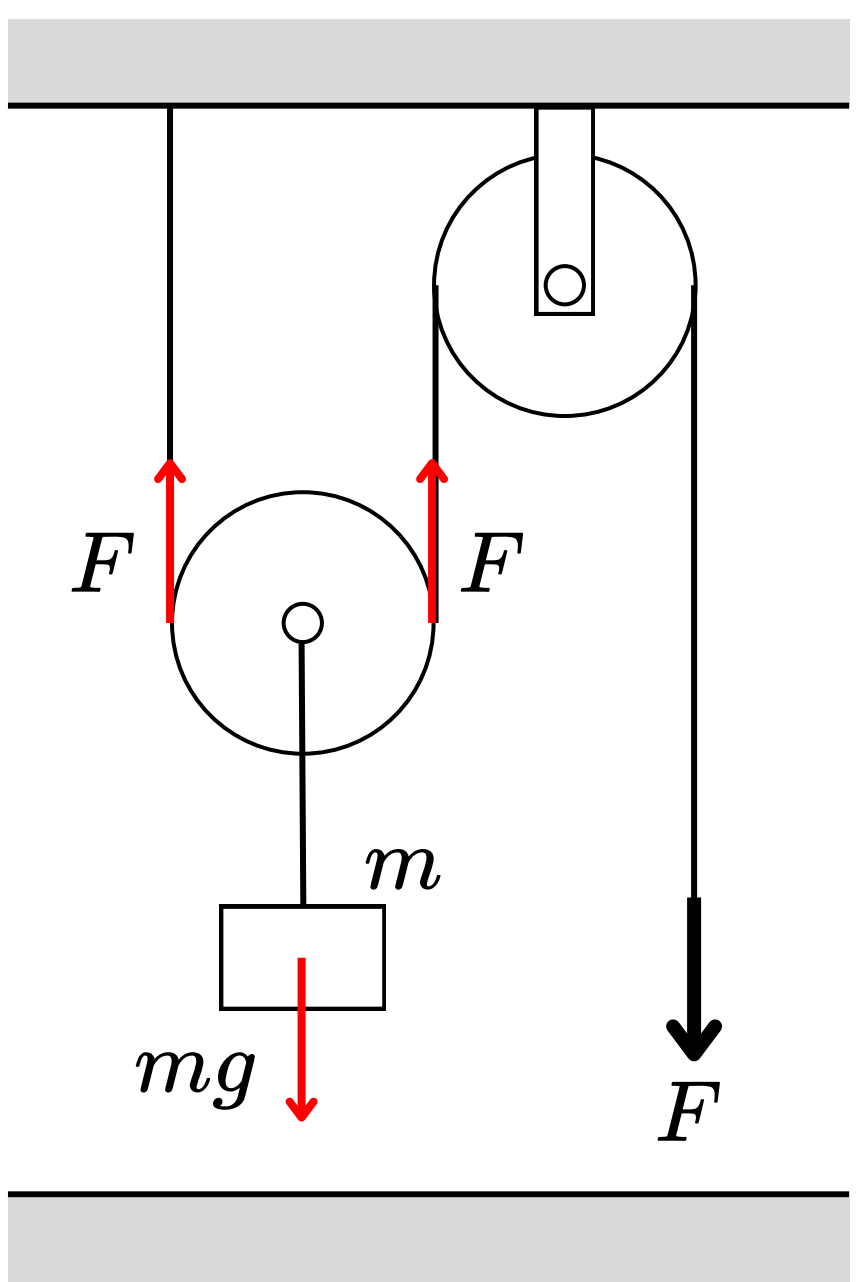
データ・資料

【国家一般職】  
高卒技術・2019年度

#### 【解説】

滑車の特性として、「地面や天井とつながっている滑車は力の方向を変えるが、力の大きさは変わらない」、「一本の糸にはたらく力の大きさはすべて等しい」です。糸にかかる力は、下図になります。

物体にはたらく力のつり合い



質量  $m$  の物体には、下向き  $mg$  の力が働きます。そして、「荷物がこの状態で静止しているとき」は、上向きの力  $2F$  と、下向きの力  $mg$  が等しくなります。

$$2F = mg \Rightarrow F = \frac{1}{2}mg$$

したがって、答えは③です。

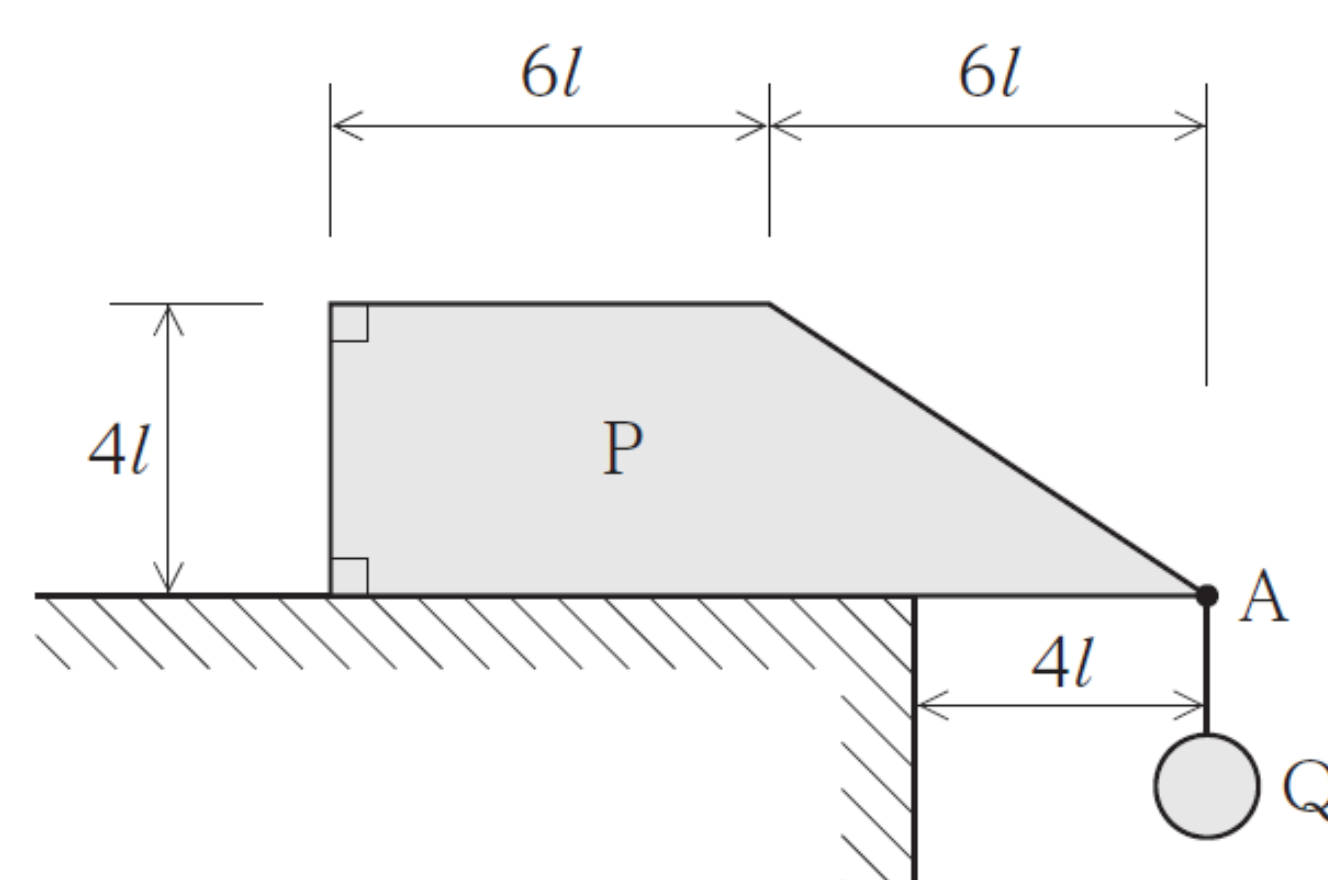
## 頻出過去問！コレが出る

### 問題 1

図のように、質量  $M$  の一様な剛体  $P$  を水平な台から長さ  $4l$  だけはみ出すように置き、 $P$  の右下端  $A$  から質量  $m$  の小物体  $Q$  を糸でつるした。このとき、 $P$  が傾かない最大の  $m$  として最も妥当なのはどれか。

ただし、 $P$  の奥行き方向の厚さは無視できるものとする。また、 $P$  と  $Q$  は同一の平面内にあり、この平面内における力の釣合いのみを考えるものとする。

なお、必要ならば、三角形の 3 本の中線は 1 点で交わり、各中線はその交点でそれぞれ 2 : 1 に内分されることを用いてよい。

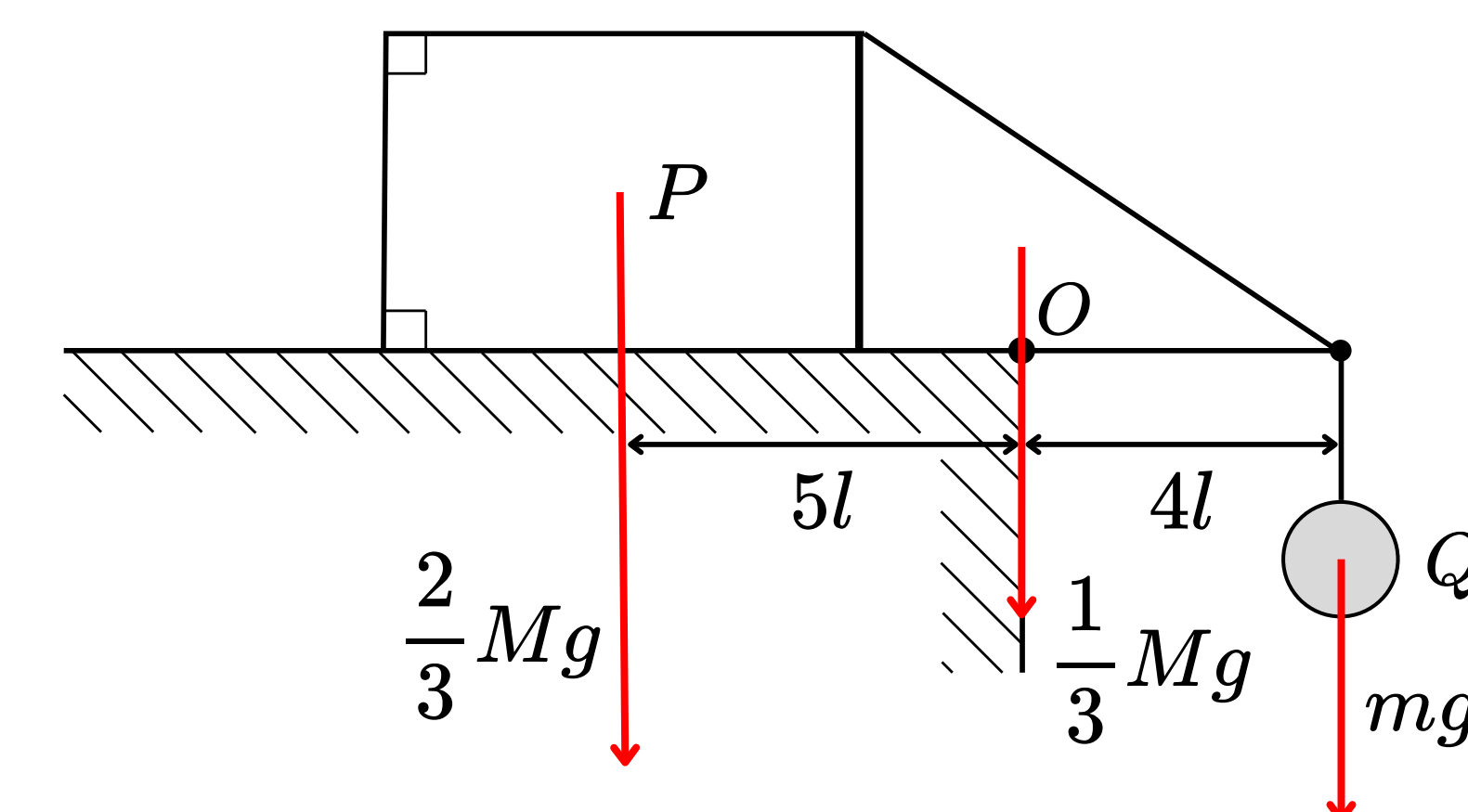


1.  $\frac{1}{2}M$
2.  $\frac{2}{3}M$
3.  $\frac{5}{6}M$
4.  $M$
5.  $\frac{7}{6}M$

### 解説

剛体を四角形と三角形に分けて考えます。物体が一様なので質量は面積に比例します。つまり四角形の質量が  $\frac{2}{3}M$ 、三角形の質量が  $\frac{1}{3}M$  です。それぞれの重力は重心に加わると考えると、下図のようになります。

剛体にはたらく力



台の角（点  $O$ ）を中心とするモーメントのつりあいを考えると、 $P$  が傾かない条件は以下ようになります。

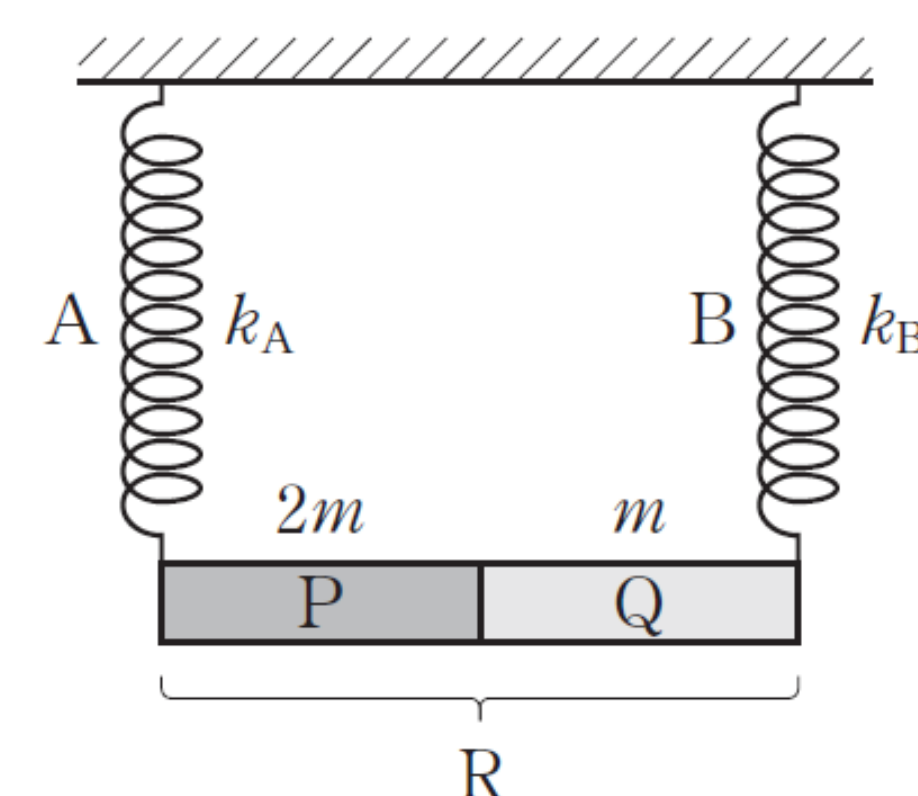
$$mg \times 4l \leq \frac{2}{3}Mg \times 5l \Rightarrow m \leq \frac{5}{6}M$$

したがって、答えは③です。

答え 3

## 問題 2

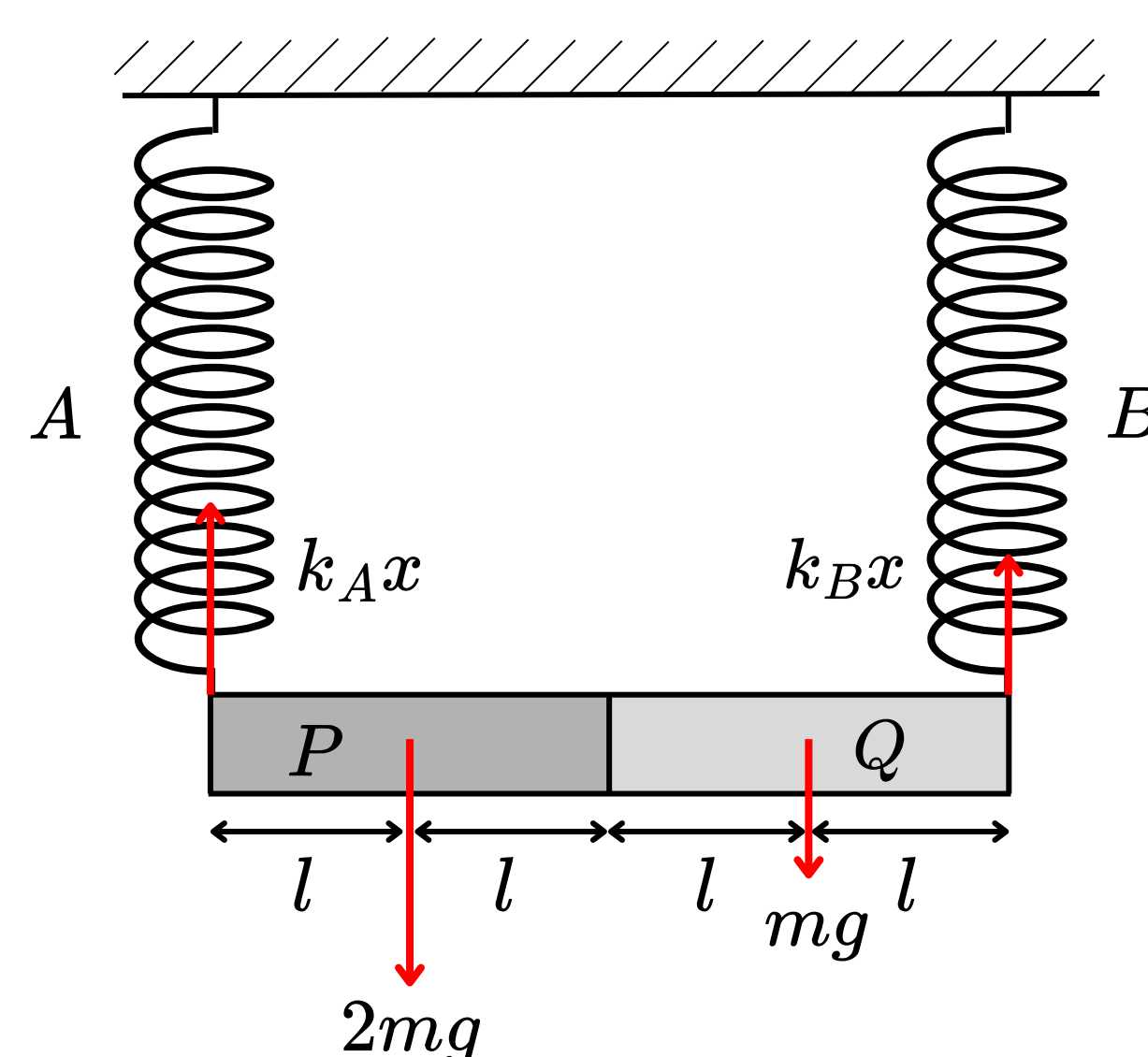
質量  $2m$  の一様な剛体棒  $P$  と、長さ及び断面形状が  $P$  とそれぞれ同じで、質量  $m$  の一様な剛体棒  $Q$  を隙間なく接合した剛体棒  $R$  がある。図のように、 $R$  の両端を、水平な天井の 2 点から軽いばね  $A$ 、 $B$  が鉛直になるようにつるしたところ、 $A$ 、 $B$  は同じ長さとなった。 $A$ 、 $B$  の自然長が等しいとき、 $A$ 、 $B$  のばね定数  $k_A$ 、 $k_B$  の比として最も妥当なのはどれか。



- $k_A : k_B$
1.  $2 : 1$
  2.  $3 : 2$
  3.  $5 : 3$
  4.  $7 : 5$
  5.  $9 : 7$

## 解説

2つのばねの伸びを  $x$ 、 $P$  および  $Q$  の長さを  $2l$ 、重力加速度を  $g$  とします。



鉛直方向のつり合いは次のようになります。

$$k_A x + k_B x = 2mg + mg$$

$R$  の左端を中心とするモーメントのつり合いは次のようになります。

$$k_B x \times 4l = 2mg \times l + mg \times 3l$$

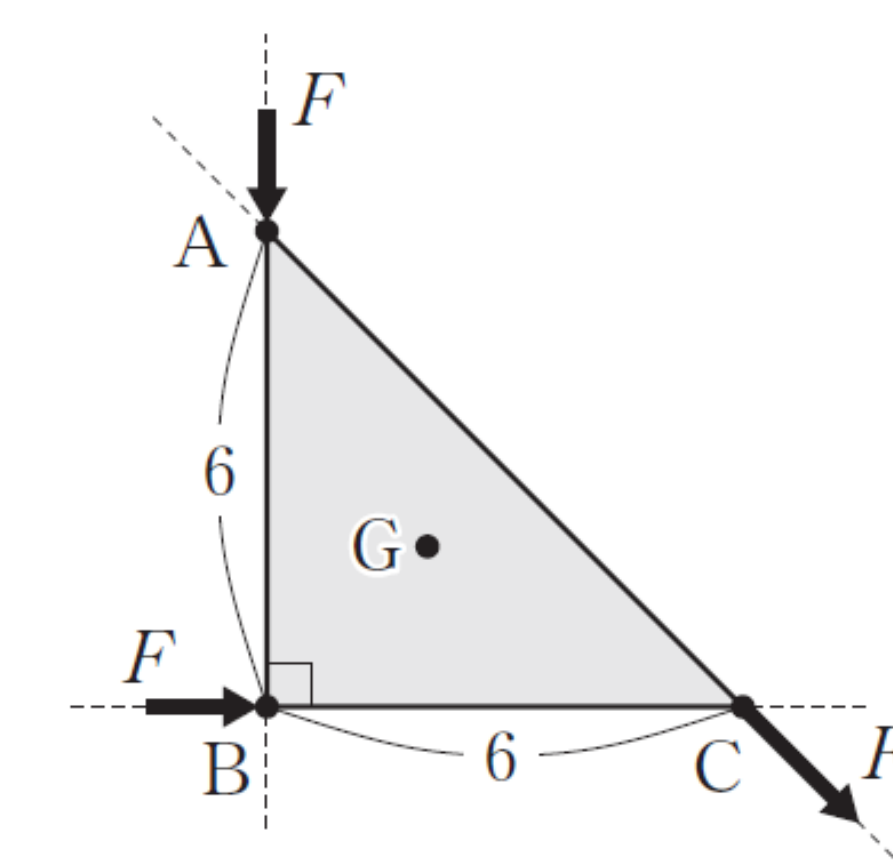
以上より、 $k_A x = \frac{7}{4}mg$ 、 $k_B x = \frac{5}{4}mg$  となります。  
よって、「 $k_A : k_B = 7 : 5$ 」です。

したがって、答えは④です。

答え 4

## 問題 3

図のように、滑らかな水平面上において、 $AB = BC = 6$ 、 $\angle ABC = 90^\circ$  の直角二等辺三角形の薄い一様な剛体板  $ABC$  を、その重心  $G$  で滑らかに回転できるように固定し、静止させた。その状態で、点  $A$  には  $\overrightarrow{AB}$  の向きに大きさ  $F$  の力を、点  $B$  には  $\overrightarrow{BC}$  の向きに大きさ  $F$  の力を、点  $C$  には  $\overrightarrow{AC}$  の向きに大きさ  $F'$  の力を同時に加えたところ、剛体板  $ABC$  は静止したままであった。このとき、 $F'$  として最も妥当なのはどれか。



1.  $F$
2.  $\sqrt{2}F$
3.  $2F$
4.  $\frac{3\sqrt{2}}{2}F$
5.  $2\sqrt{2}F$

## 解説

点  $G$  を中心として 3 つの力のモーメントがつりあうことになります。そこで、点  $G$  から 3 辺に下ろした垂線の長さを求めます。三角形の重心は、各頂点と対辺の中点を結んだ中線の交点です。そして重心は中線を  $2 : 1$  に内分します。

$$AB、BC \text{ に下ろした垂線の長さ： } 6 \times \frac{1}{3} = 2$$

$$AC \text{ に下ろした垂線の長さ： } \left(6 \times \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \times \frac{1}{3} = \sqrt{2}$$

以上より、モーメントのつり合いは次のようになります。

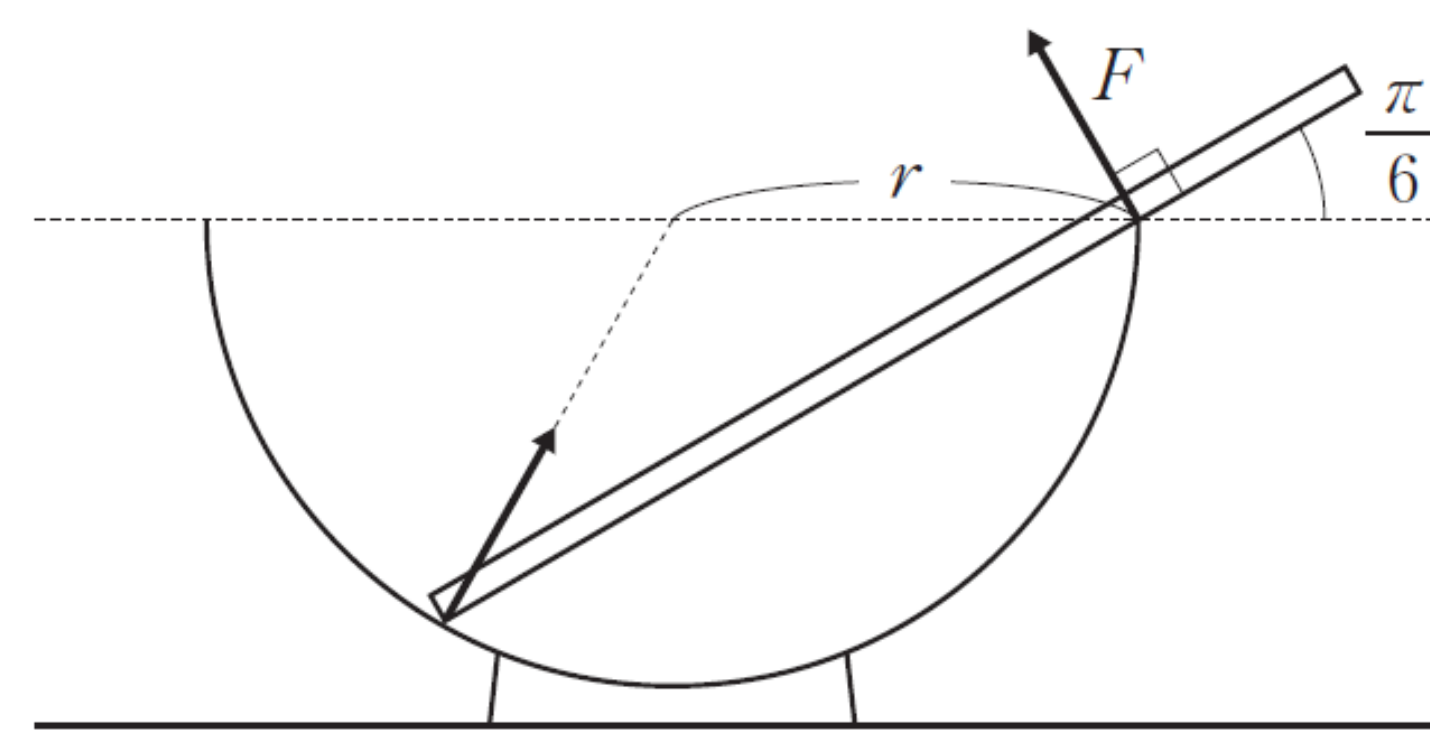
$$F' \sqrt{2} = 2 \times F + 2 \times F \Rightarrow F' = 2\sqrt{2}F$$

したがって、答えは⑤です。

答え 5

#### 問題 4

図のように、縁が水平になるように固定された半径  $r$  の半球面上で、質量  $m$  の一様な細い剛体棒が静止している。剛体棒と水平面のなす角が  $\frac{\pi}{6}$  であるとき、剛体棒が半球面の縁から受ける力  $F$  の大きさとして最も妥当なのはどれか。



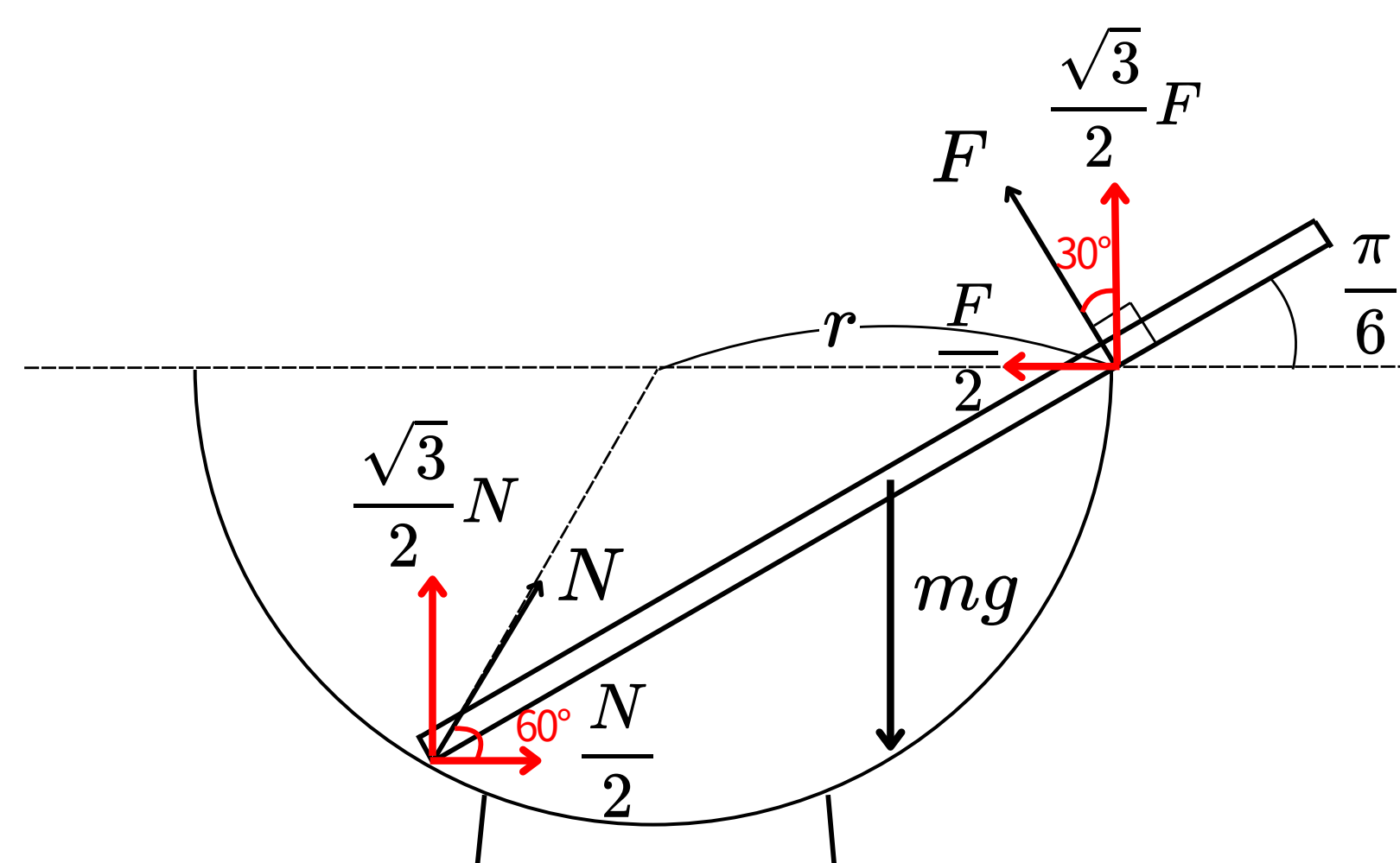
ただし、重力加速度の大きさを  $g$  とし、摩擦はないものとする。

なお、図中の矢印は、剛体棒が半球面から受ける力の向きを示す。

1.  $\frac{mg}{2}$
2.  $\frac{\sqrt{3}mg}{3}$
3.  $\frac{2mg}{3}$
4.  $\frac{\sqrt{2}mg}{2}$
5.  $\frac{\sqrt{3}mg}{2}$

#### 解説

半球面から棒が受ける垂直抗力を  $N$  とします。



鉛直方向のつり合いは、次のようになります。  $F$  は鉛直方向から  $30^\circ$ 、  $N$  は水平方向から  $60^\circ$  傾いています。水平方向のつり合いは、次のようになります。

$$\frac{N}{2} = \frac{F}{2} \Rightarrow N = F$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}N + \frac{\sqrt{3}}{2}F = mg \Rightarrow F = \frac{\sqrt{3}}{3}mg$$

したがって、答えは②です。

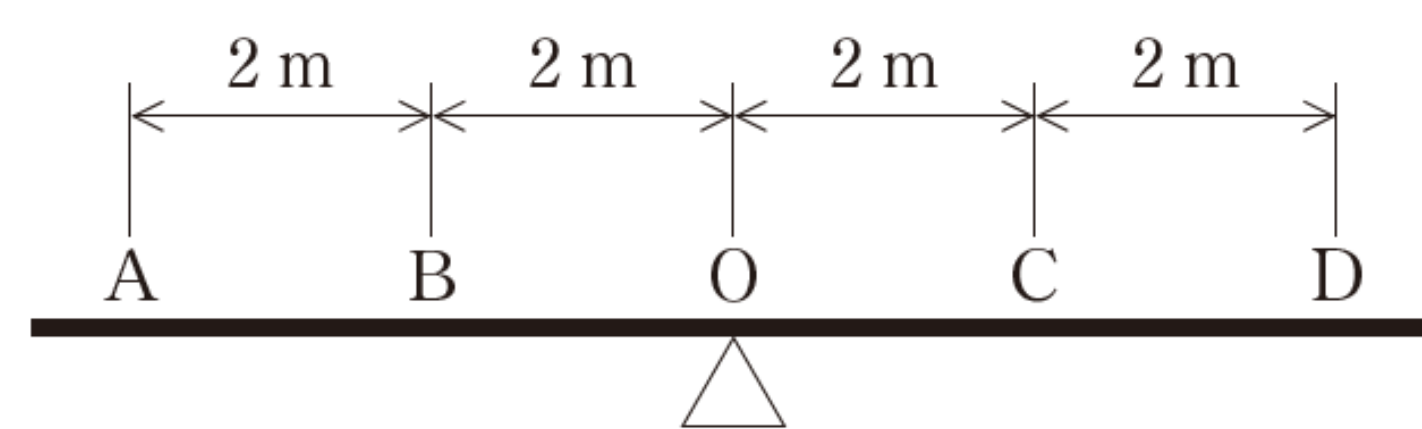
答え 2

# 問題 5

図のように、一様な剛体棒が中央の点 O で支持されて静止している。次のことが分かっているとき、小球 X の質量はおよそいくらか。

- ・小球 X を点 A、小球 Y を点 C、小球 Z を点 D に静かに置いたとき、点 O まわりのモーメントが釣り合った。
  - ・小球 X を点 B、小球 Y を点 D に静かに置いたとき、点 O まわりのモーメントが釣り合った。
  - ・小球 Z を点 B に静かに置いた直後の点 O まわりのモーメントの大きさは、 $600 \text{ N}\cdot\text{m}$  であった。
- ただし、重力加速度の大きさを  $10 \text{ m/s}^2$  とする。

1. 10 kg
2. 20 kg
3. 30 kg
4. 40 kg
5. 50 kg



## 解説

問題文の 2 つ目の条件から「 $X = 2Y$ 」、3 つ目の条件から「 $Z = 30[\text{kg}]$ 」が分かります。これらの条件を 1 つ目の条件に代入すると、O を中心とするモーメントのつり合いは次のようになります。

$$2Y \times 4 = 2Y + 4 \times 300 \Rightarrow Y = 200$$

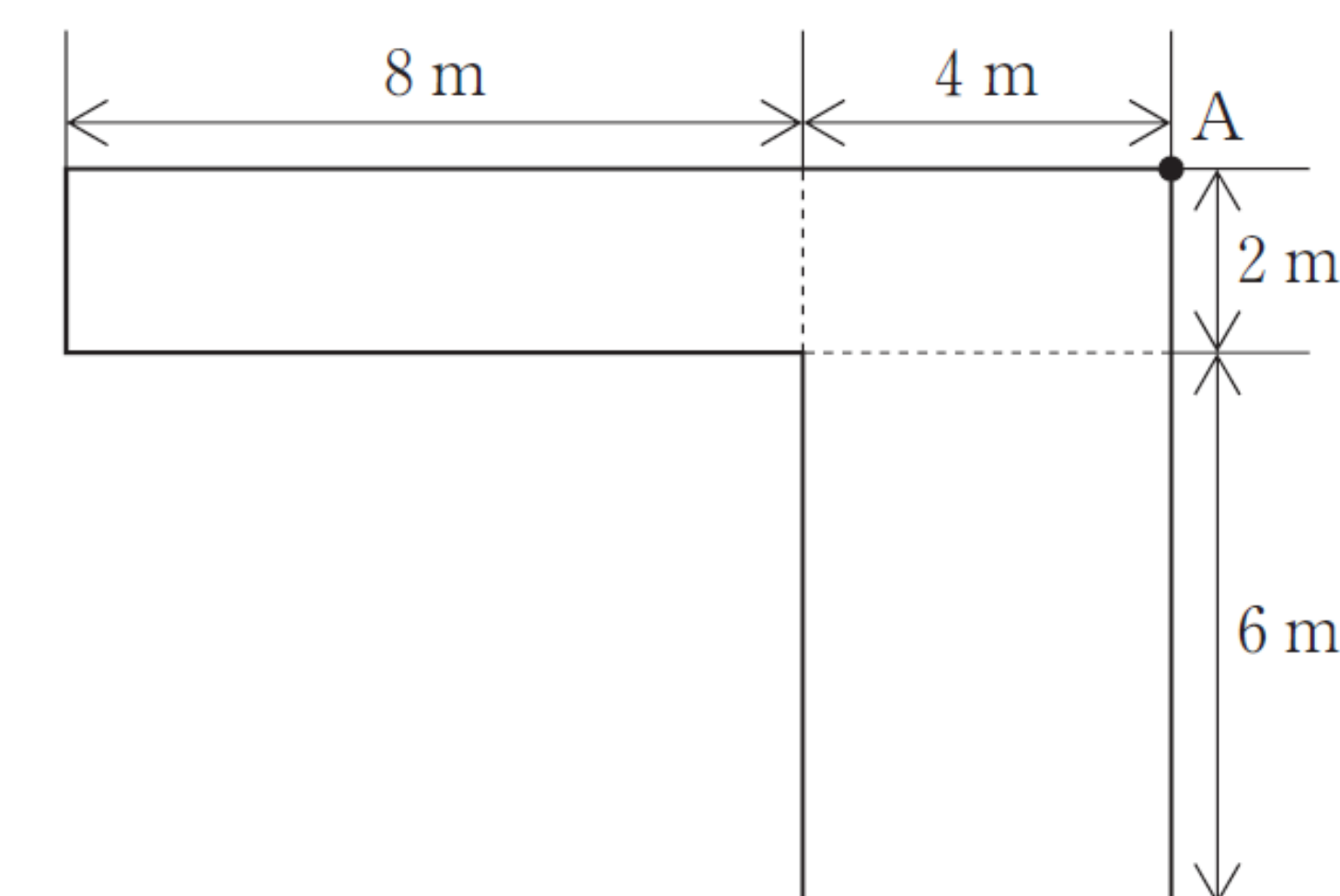
よって、Y の質量は  $20[\text{kg}]$ 、X の質量は  $40[\text{kg}]$  となります。

したがって、答えは④です。

答え 4

# 問題 6

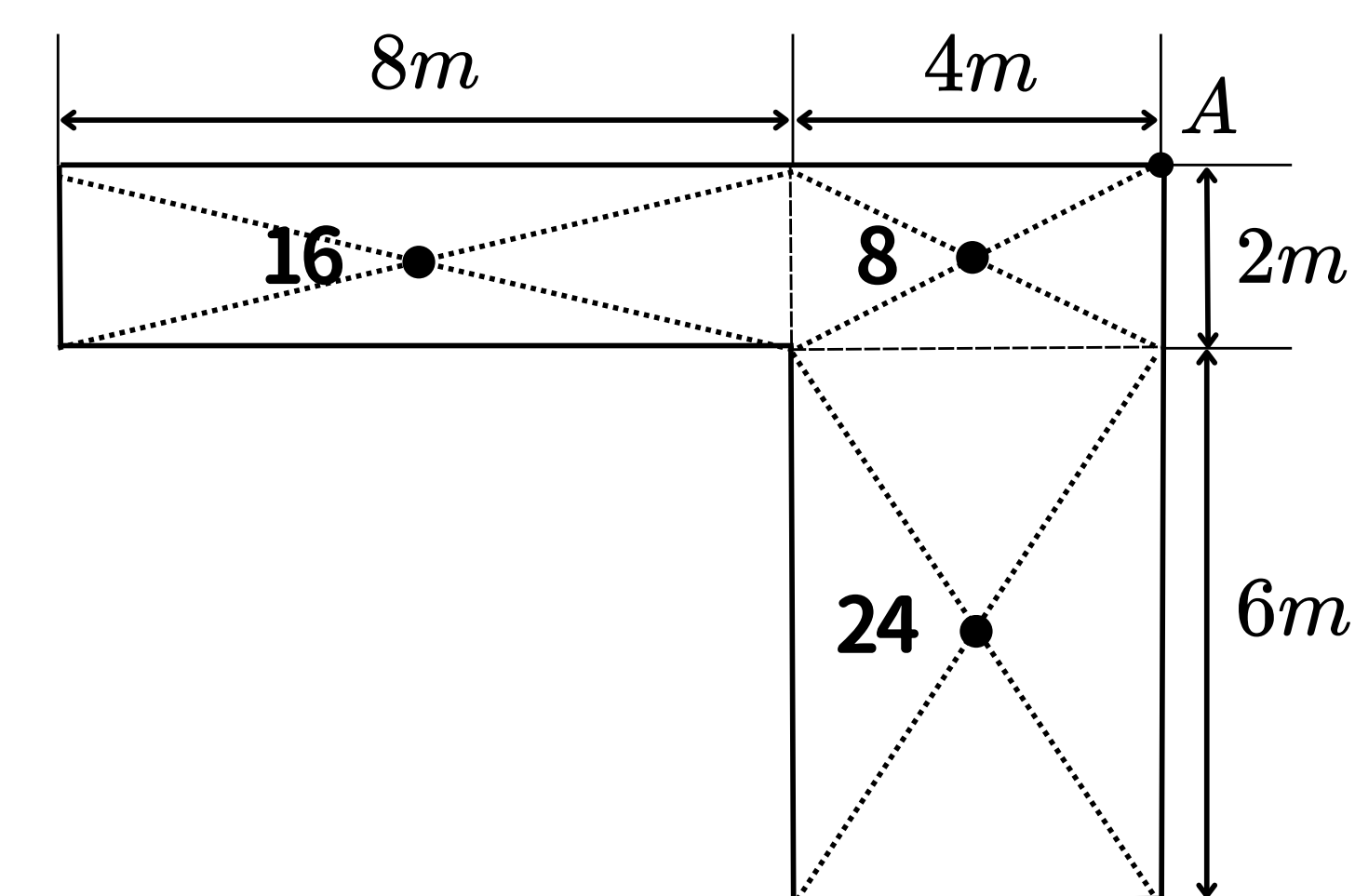
平面形状が図のような形の一様な薄い板がある。この板の重心と点 A の距離はいくらか。



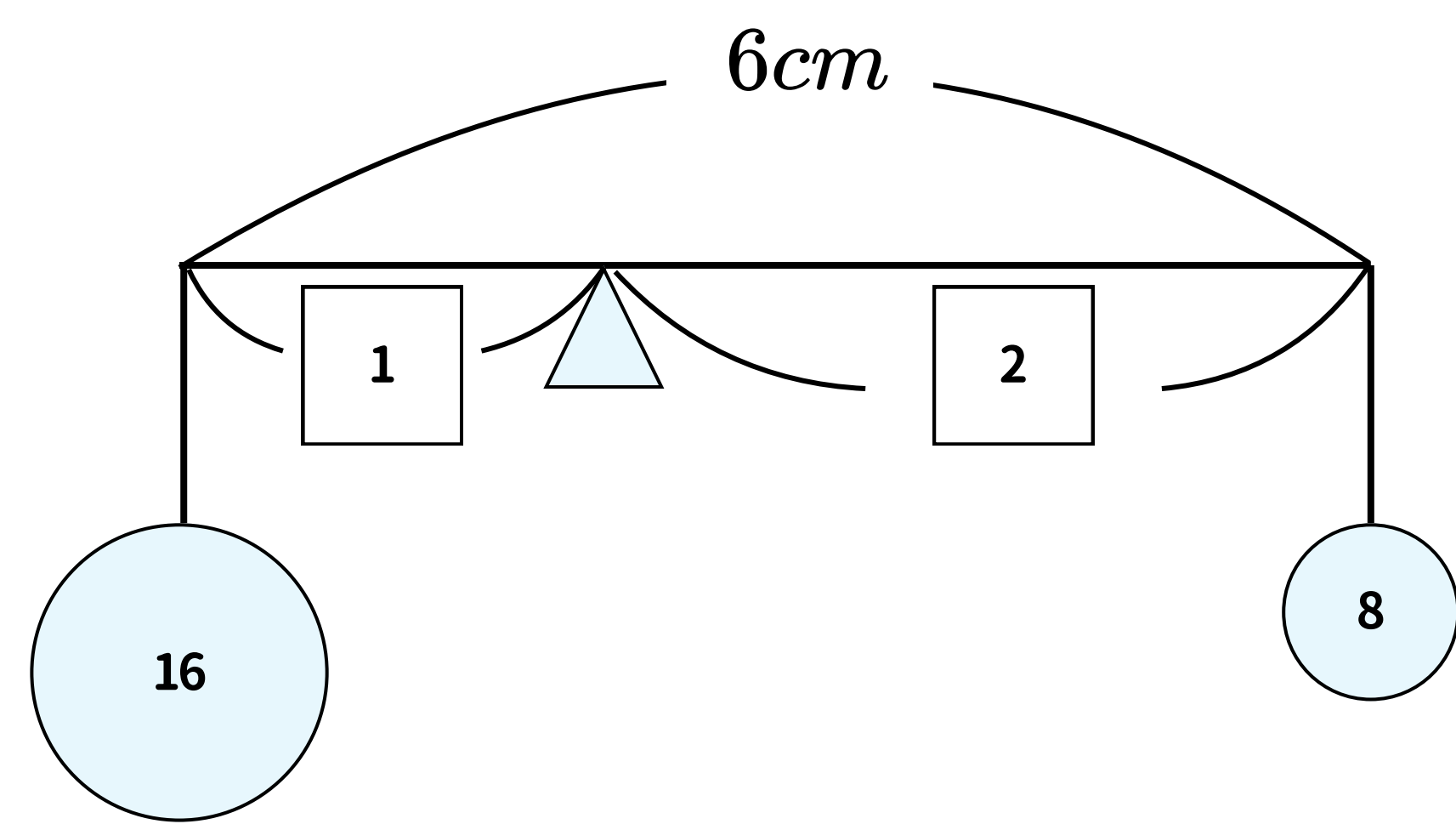
1. 2 m
2. 3 m
3. 4 m
4. 5 m
5. 6 m

## 解説

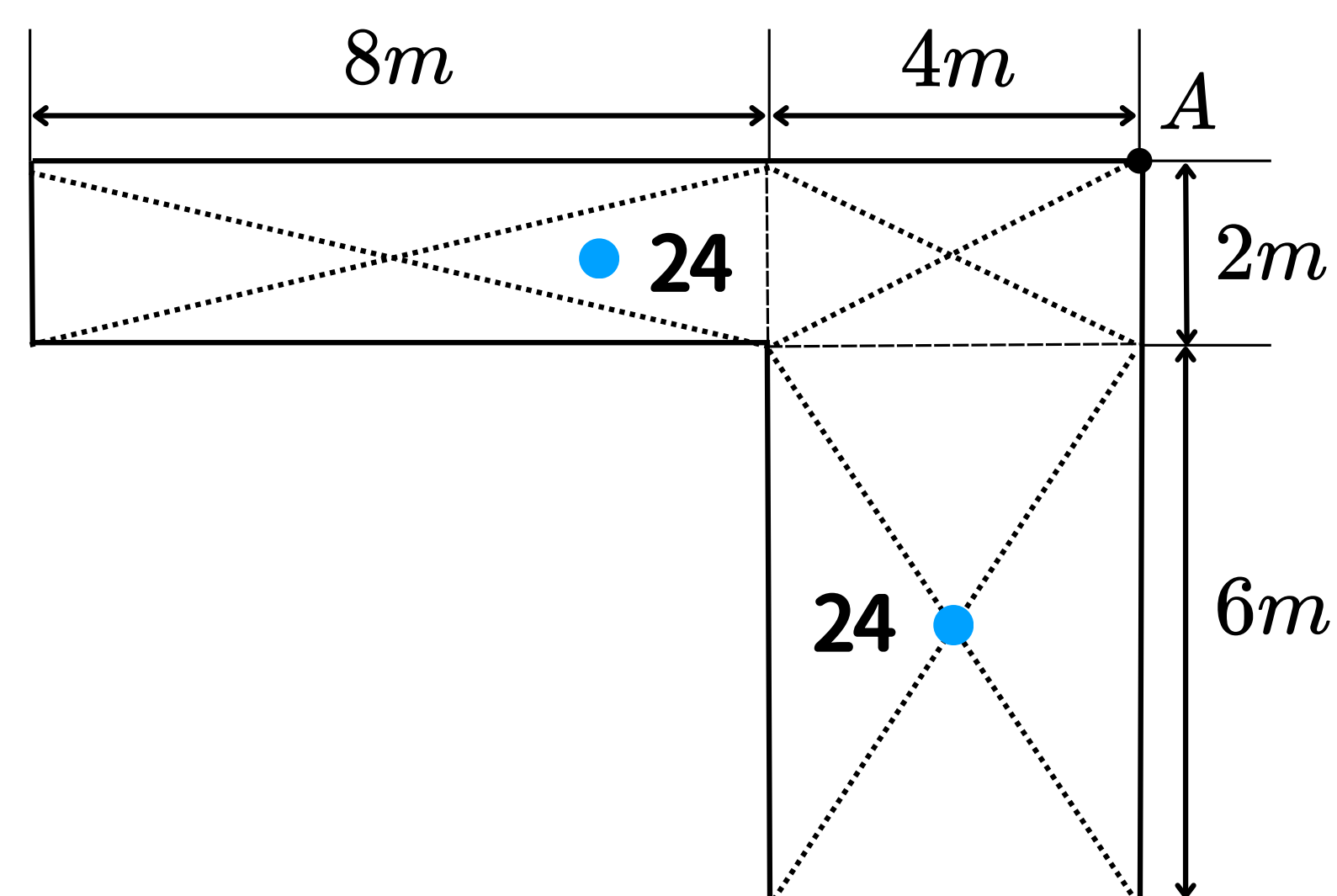
長方形の重心は対角線の交点です。複雑な図形は単純な図形に分けて考えます。本問では、3 つの長方形に分けて以下のように考えます。



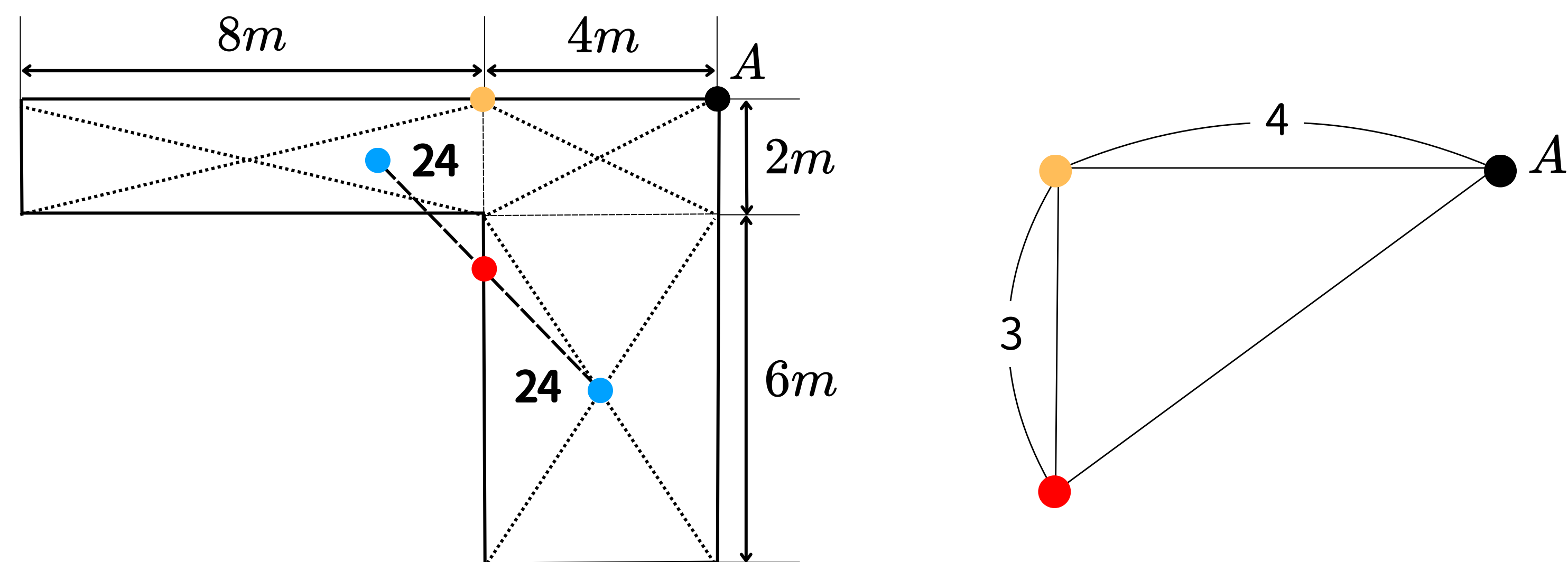
数値はそれぞれ長方形の面積をあらわしており、これらは重さに比例します。



上図のつりあいから、2つの質点を1つにまとめて下図のように考えることができます。



再び2つの質点のつりあいを考えると、重さが同じであるため、重心は2つの質点を結ぶ直線の中点となります。



直角三角形に注目し、三平方の定理より  $A$  からの距離は  $5[m]$  と分かります。

したがって、答えは④です。

答え 4

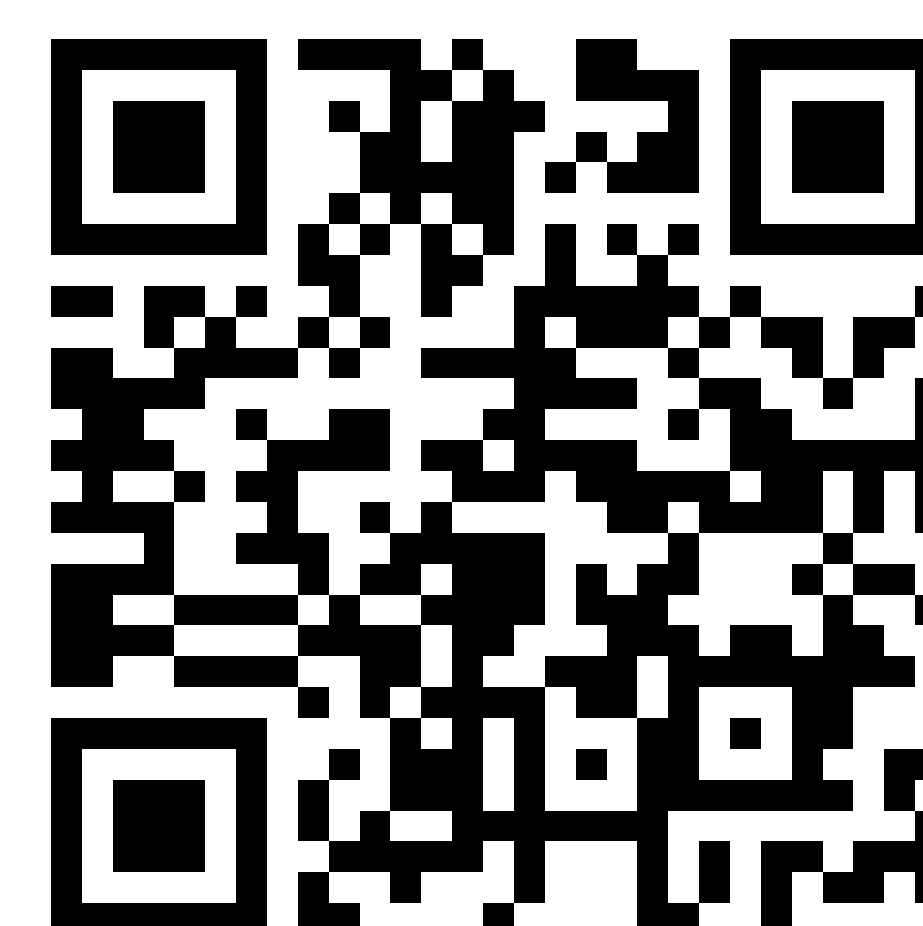
# 公務員のライトの「工学の基礎 物理」講座



まずは「**無料**」の  
体験講義を見る



講座の詳細はこちら▶



**無料** LINEで受講相談実施中！

どんな質問でもOK

- オススメの講座
- 講座の内容
- 決済方法
- スケジュール...等



お気軽にお問い合わせください。