

今日の講義 『構造力学』

①不静定次数

講義動画は公務員のライトHPにあります。
今日も勉強頑張ってください😊



せんせい



【構造力学：①不静定次数】せんせいの専門土木速習講座

専門土木速習

①不静定次数

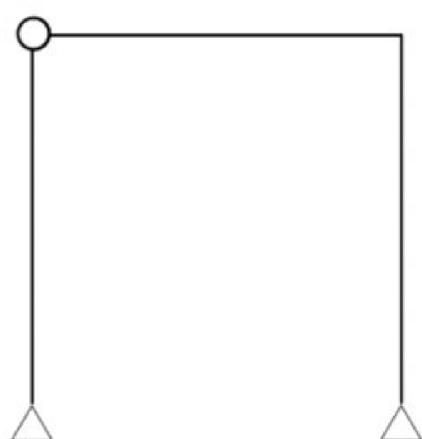


【今回のテーマ💡】

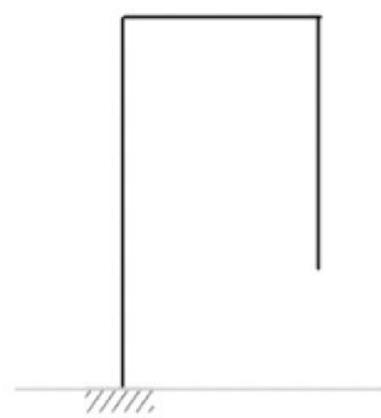
- 構造力学：①不静定次数
- 重要度：★★★★★
- 難易度：★☆☆☆☆

【構造力学：①不静定次数】 せんせいの専門土木速習講座

図のような構造物A、B、Cのうち、静定構造物のみを全て選び出しているのはどれか。



A



B



C

① A

② B

③ A、B

④ A、C

⑤ B、C

まず初めに言っておきます。

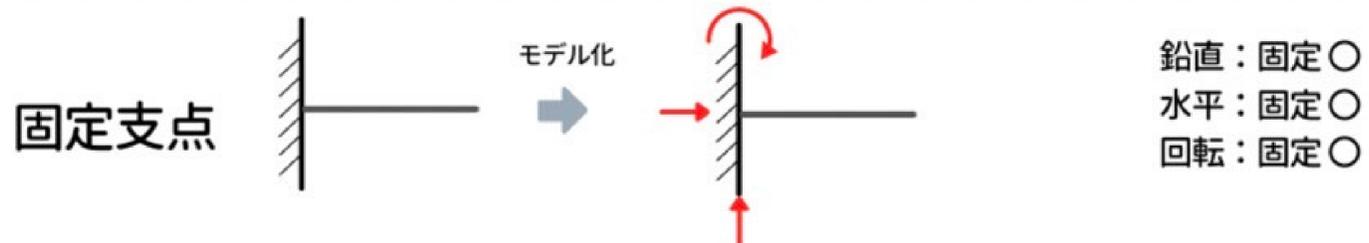
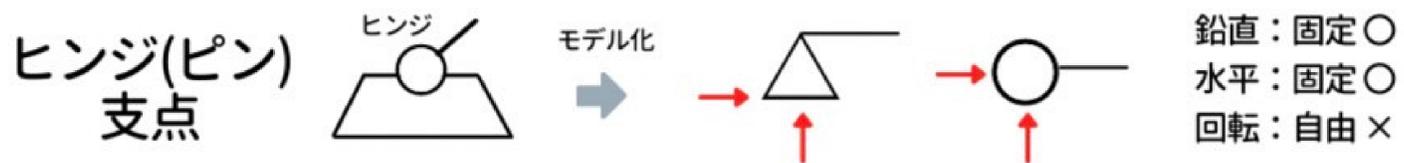
この手の問題が出たら絶対に正答させなければいけません！

めちゃくちゃ簡単ですし、割と試験に出るので、『**出たらラッキー**』と思えるテーマです。

今回は速習講座なので、まずポイントをサクッと紹介させていただきます。



ポイント①：支点とは？

ポイント


支点というのは、単純に建物を支える点のことで、主に上記の3つが代表的なものとして挙げられます。



ローラー支点とは

ローラー支点というのは、その名の通りで、ローラースケートをイメージしてもらえればよいと思います。

- 鉛直は固定：人間の重力に耐えることができているので、鉛直方向の力には耐えられます。
- 水平は自由：コロコロ転がるわけですから、水平方向の力には耐えられません。
- 回転は自由：人間の足首がヒンジだとすると、足首を支点として人間の体は自由に傾けられますので、自由に回転させることができます。

ヒンジ(ピン)支点とは

こちらはドアの蝶番(ちょうつがい)をイメージしてもらえればと思います。
(宝箱の上と下の境目の部分)

- 鉛直は固定：縦にガチャガチャ力を加えても動きません。鉛直方向の力には耐えられます。
- 水平は固定：横にガチャガチャ力を加えても動きません。水平方向の力には耐えられます。
- 回転は自由：ドアは蝶番を起点として自由に傾けられますので、自由に回転させることができます。



固定支点とは

こちらは単純に棒を壁にぶっさしたものをイメージしてもらえればと思います。

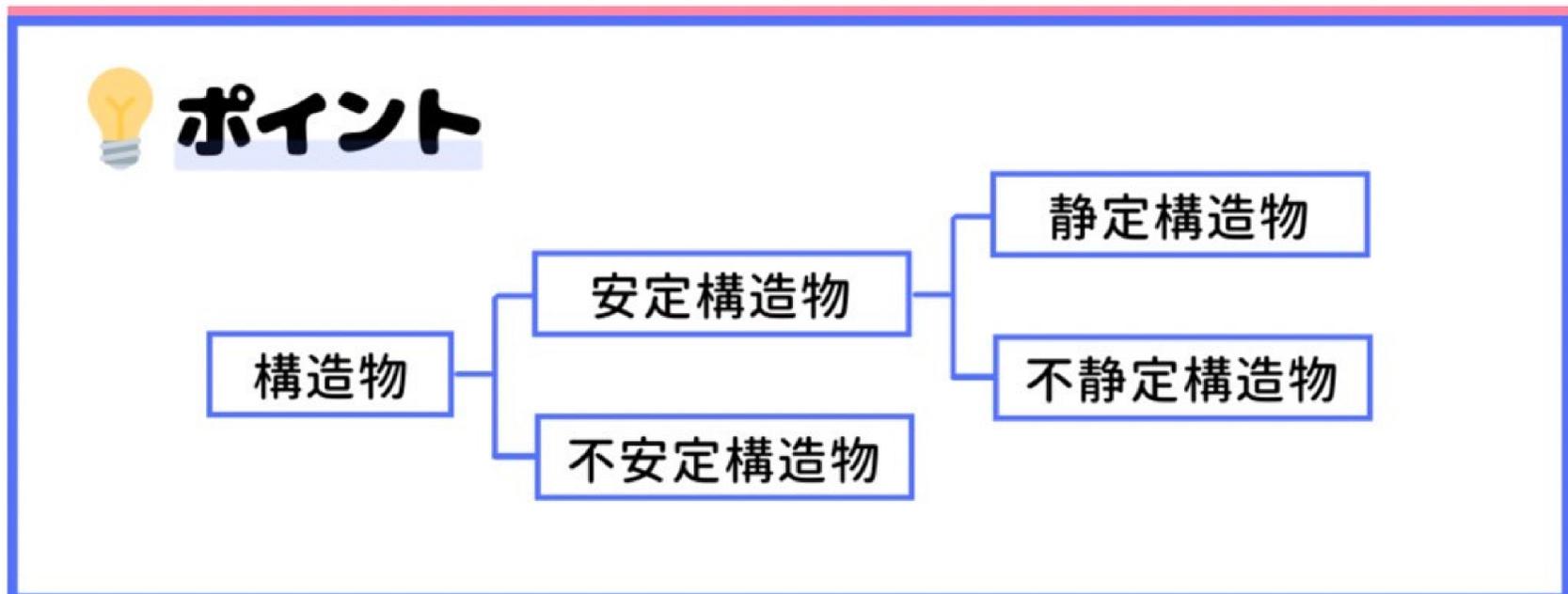
- 鉛直は固定：縦にガチャガチャ力を加えても動きません。鉛直方向の力には耐えられます。
- 水平は固定：横にガチャガチャ力を加えても動きません。水平方向の力には耐えられます。
- 回転は固定：傾けようと思っても抵抗があります。回転させる力にも耐えられます。

ちょっと詳しく紹介しましたが、ココが理解できていると今後の構造力学の問題の理解が早まると思います！

なのでココはきちんと理解しておいてください。



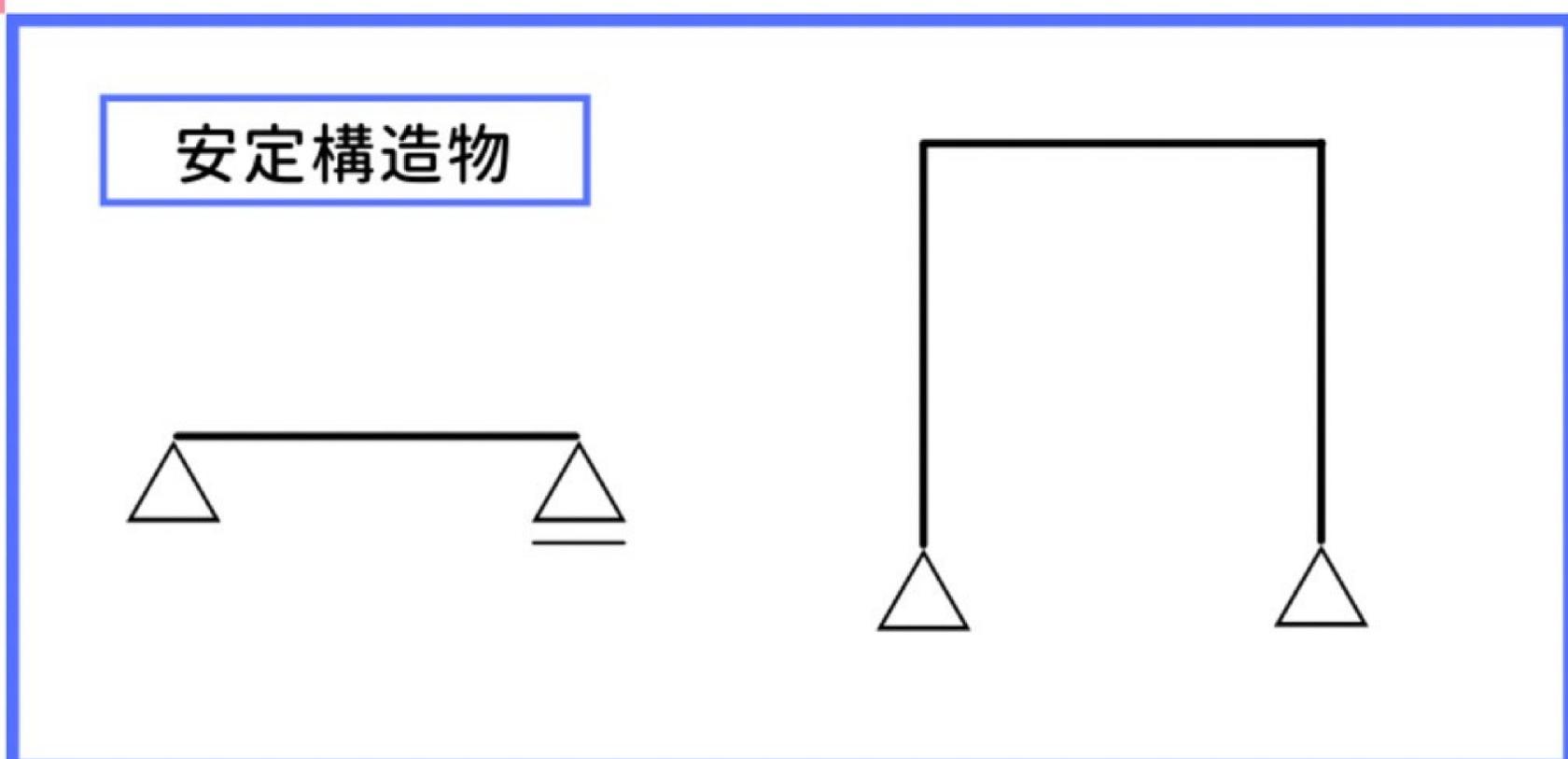
ポイント②：構造物の分類



2つ目のポイントは、構造物の分類です。

構造物は、安定構造物と不安定構造物に、そして安定構造物は静定構造物と不静定構造物に分けられます。

安定構造物とは？



外力が作用してもただちに崩壊しない構造物のことを『**安定構造物**』といいます。
(力学的に安定しています)

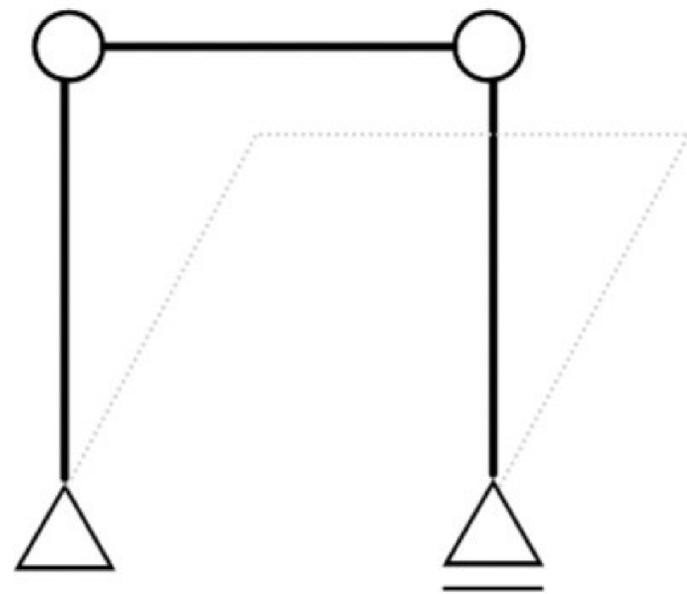
わけわからないかもしれませんが、日頃皆さんが目にする、橋やビルなどの建築物は基本的にすべて『**安定構造物**』です。

不安定構造物とは？

不安定構造物



(外的不安定構造物)



(内的不安定構造物)

外力が作用した時にただちに移動、変形してしまう構造物を『不安定構造物』と言います。

簡単に言うと、自立できない構造物のことですね！

⇒力のつり合いが取れてない！

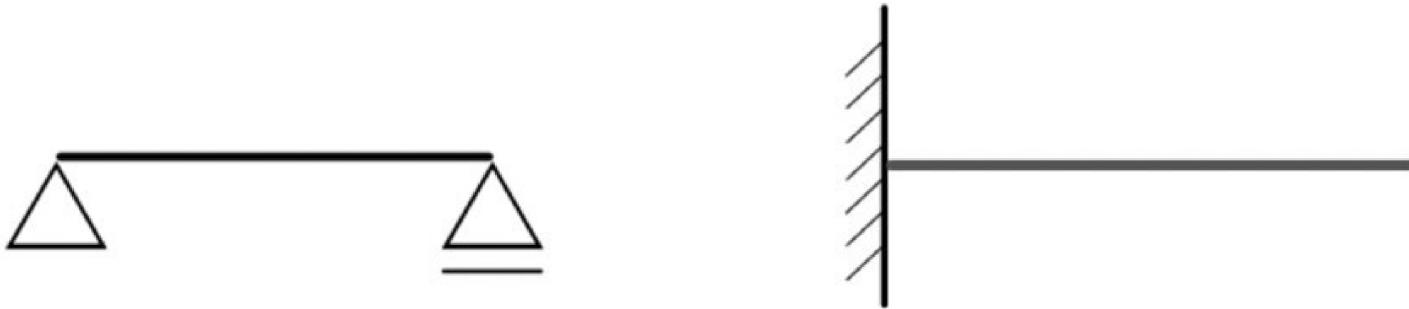
また、外力が作用すると動いてしまう構造物を『外的不安定構造物』、外力が作用すると形を崩してしまう構造物を『内的不安定構造物』と言います。



確かに左の図のようにどっちもローラー支点だと押したら動いちゃうね🤔
右はちょっと押しただけでバタンと倒れちゃいそう！

静定構造物とは？

静定構造物



『静定構造物』というものは、安定構造物の中で、3つの力のつり合いの条件式 ($\sum V = 0$ 、 $\sum H = 0$ 、 $\sum M = 0$) で反力や断面力が求められるものを指します。

見方を変えると、『ギリギリ安定している状態にある構造物』ということになります。



不静定構造物とは？

不静定構造物



反対に『**不静定構造物**』というものは、安定構造物の中で、3つの力のつり合いの条件式 ($\Sigma V = 0$ 、 $\Sigma H = 0$ 、 $\Sigma M = 0$) で反力や断面力が求められないものを指します。

(変形の適合条件を考慮する必要がある)

構造物をより安定にするために、必要な数以上の余分な反力や部材が存在しています！

見方を変えると、『**余裕を持って安定している状態**』にある構造物のことです！

⇒なので、その辺のビル等も不静定構造物であることがほとんどです。





ポイント③：構造物の分類の公式

**ポイント**

★不静定次数(N)の重要公式

$$N = j - 3m + r \quad \text{重要!}$$

j：節点拘束度 m：部材数 r：反力数

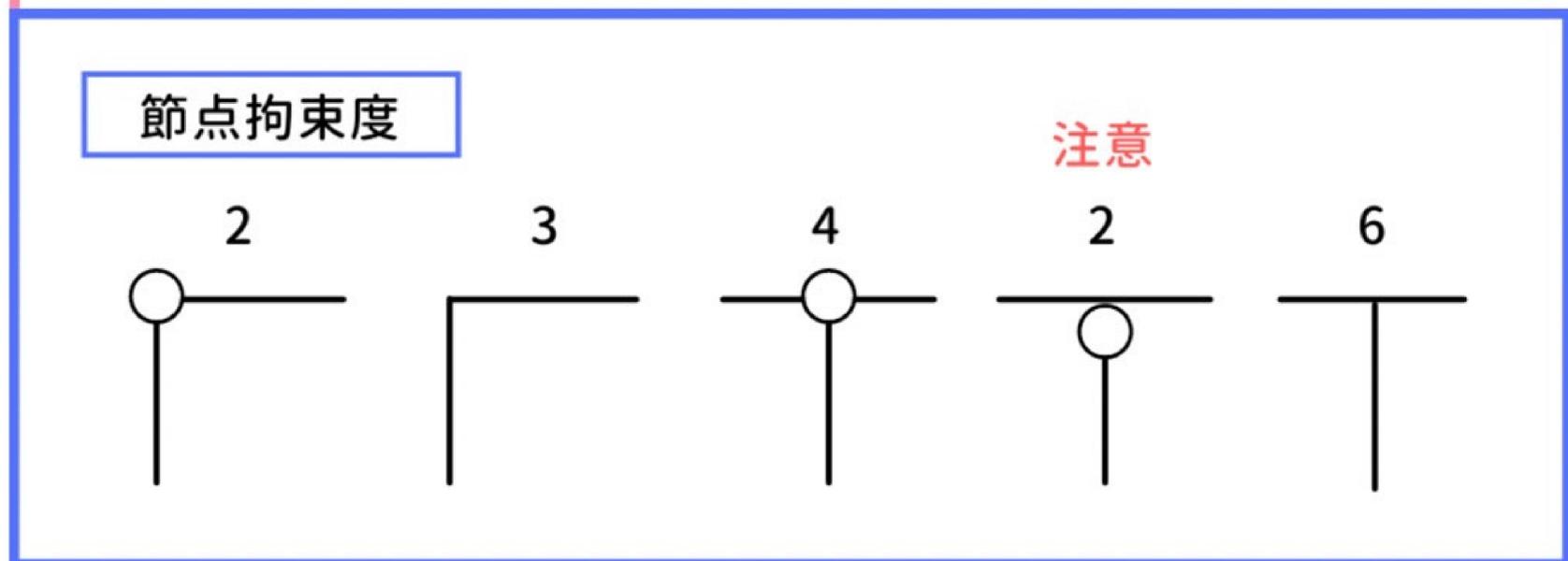
$N < 0$ で不安定

$N = 0$ で安定かつ静定

$N > 0$ で安定かつ不静定

今日この講義で覚えて欲しい一番重要な公式が『不静定次数の公式』です！

拘束度の注意点



支点(節点)における拘束度の度合いを『**拘束度**』と言います。(拘束度=反力数)
(単純に反力数と等しいので、例えば、ヒンジはモーメント以外が拘束されるので、拘束度2です。)

また、上部材は節点として考えないので、この点だけ気を付けて下さい。



ポイント④：トラスの静定・不静定の判別公式

ポイント

★トラスの不静定次数公式

$$N = m + r - 2j \quad \text{重要!}$$

j：節点数 m：部材数 r：反力数

$N = 0$ で 静定

$N > 0$ で 不静定

トラスの場合は、上記の公式で静定か不静定かを判別します！

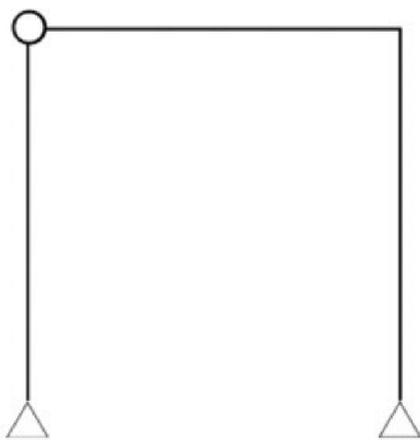
地方の試験等でたまに出題されるので、おさえておきたいところではあります。

こちらにも実際に問題を解いて慣れていきましょう！

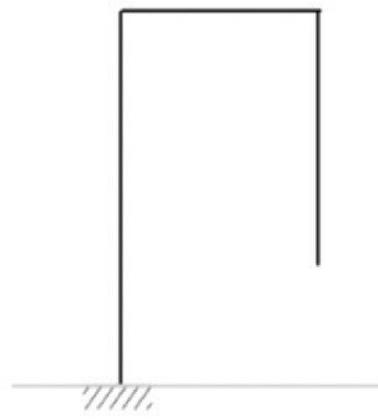
(例題4～5)

**【例題①】 過去問を解いてみよう！**

図のような構造物A、B、Cのうち、静定構造物のみを全て選び出しているのはどれか。



A



B



C

① A

② B

③ A、B

④ A、C

⑤ B、C

先ほど紹介したこちらの問題を解いていきます。

ちなみに、この問題も国家一般職の試験で実際に出題されたものです。

先ほどの公式を使って問題を解いていきます。

最初なので、色を使って丁寧に解説してきますね！

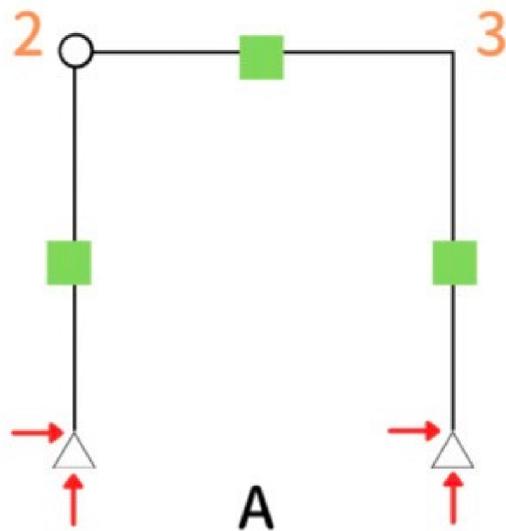




【例題①】 過去問の解説

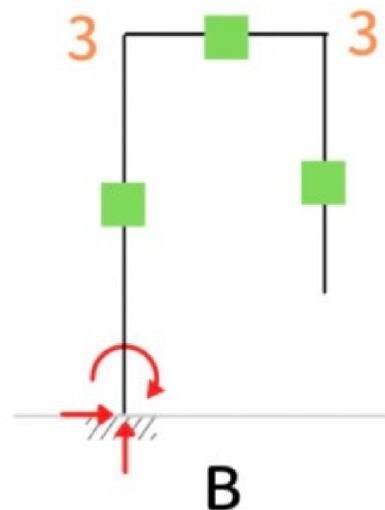
💡 解答

j : 節点拘束度 m : 部材数 r : 反力数



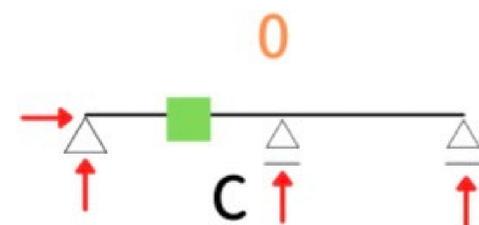
$$N = (2+3) - 3 \times 3 + 4$$

$$N = 0$$



$$N = (3+3) - 3 \times 3 + 3$$

$$N = 0$$



$$N = 0 - 3 \times 1 + 4$$

$$N = 1$$

不静定次数の公式は『 $N = j - 3m + r$ 』です。

節点拘束度をオレンジ、部材数を緑、反力数を赤で示しています。

節点拘束度は、Aが2+3で5、Bが3+3で6、Cが0

部材数は、Aが3、Bが3、Cが1 (Cはまっすぐな棒が一つのみというイメージ)

反力数は、Aが4、Bが3、Cが4 (ローラー支点が1、ヒンジ(ピン)視点が2、固定支点が3)

$N=0$ で静定構造物なので、AとBは静定構造物！

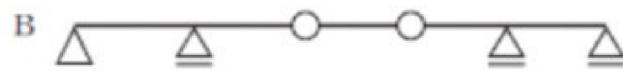
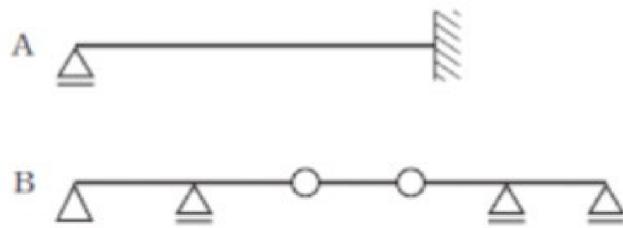
$N>0$ で不静定構造物なので、Cは(1次の)不静定構造物です！

よって、静定構造物のみを選んでいるのは『③ A,B』ですね！



【例題②】 過去問を解いてみよう！

図のような梁A、B、Cのうち、静定構造物のみを全て選び出しているのはどれか。



① A

② B

③ A、B

④ A、C

⑤ B、C

もう1問この手の問題を、今度は自力で解いてみて下さい！

【例題②】 過去問の解説

不静定次数の公式は『 $N = j - 3m + r$ 』です。

● A : $N = 0 - 3 \times 1 + 4 = 1$

● B : $N = 4 - 3 \times 3 + 5 = 0$

● C : $N = 0 - 3 \times 1 + 6 = 3$

N=0で静定構造物なので、答えは『② B』ですね！

【例題③】 過去問を解いてみよう！

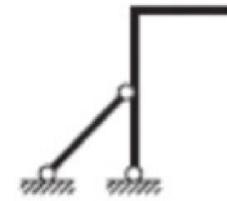
図のような構造物A、B、Cのうち、静定構造物のみを全て選び出しているのはどれか。



A



B



C

① A

② A、B

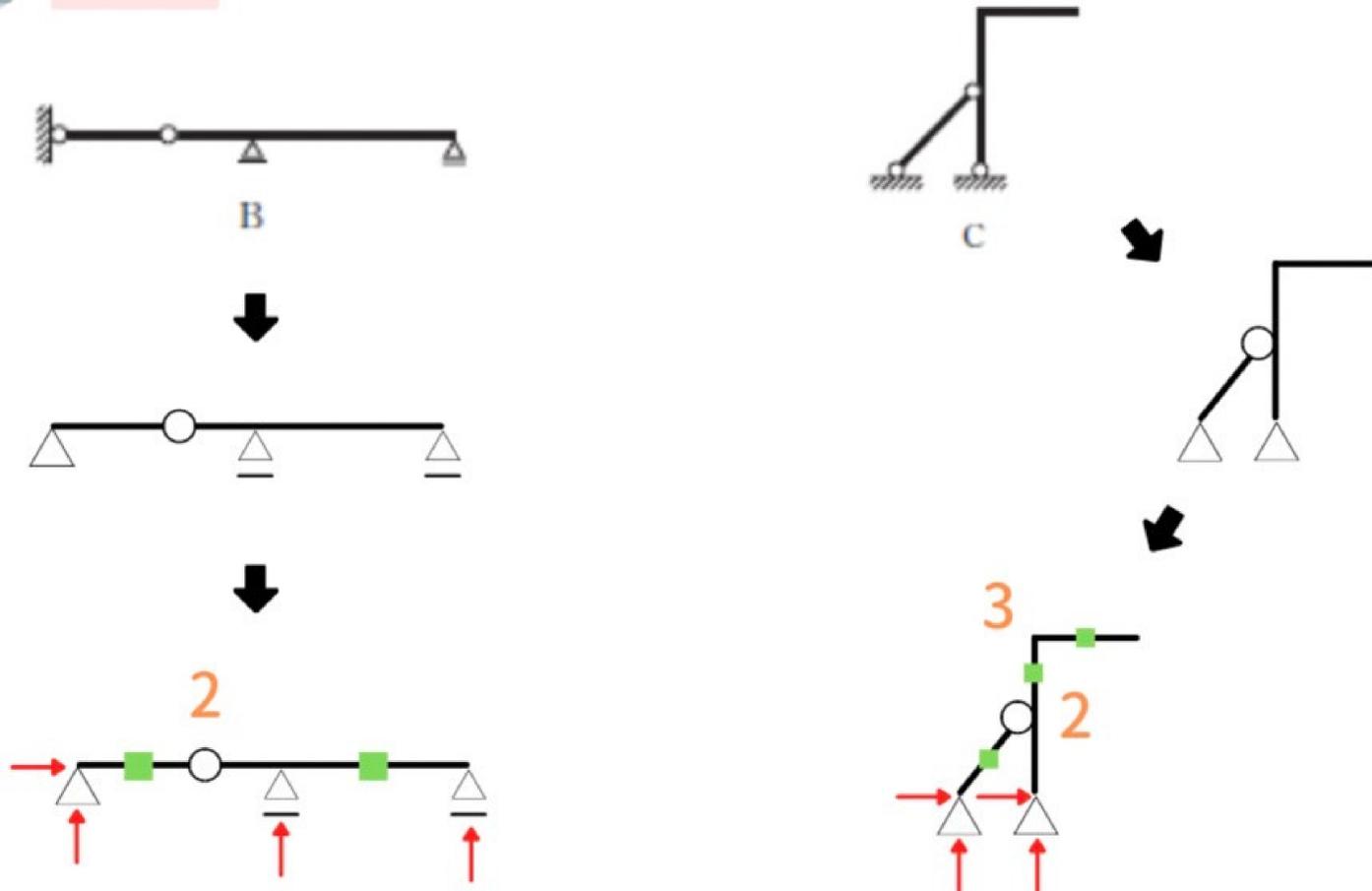
③ A、C

④ B

⑤ B、C

こちらにも実際に国家一般職で出題されたものですが、少し難易度は高いです。特にB、Cの考え方が難しいと思いますので、図で紹介したいと思います。

【例題③】 過去問の解説

解答


この梁の見方を変えてみると、この図のようになります！

頭の中でこのように変換できれば、後は公式に当てはめるだけです！

不静定次数の公式は『 $N = j - 3m + r$ 』です。

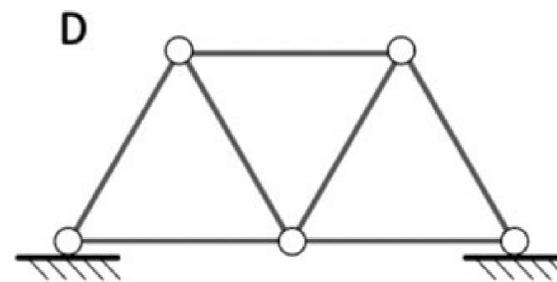
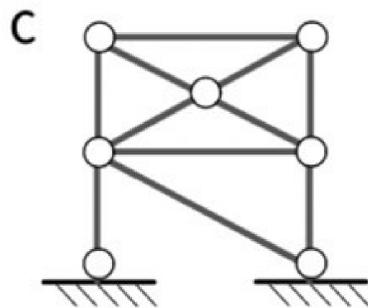
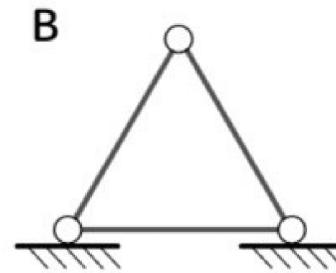
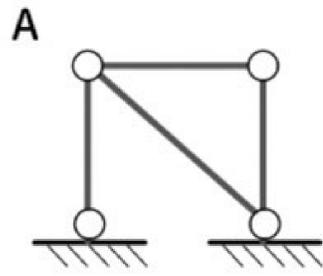
- A : $N = 4 - 3 \times 3 + 6 = 1$
- B : $N = 2 - 3 \times 2 + 4 = 0$
- C : $N = 5 - 3 \times 3 + 4 = 0$

$N=0$ で静定構造物なので、答えは『 ⑤ B,C 』ですね！



【例題④】 過去問を解いてみよう！

図のトラス構造物A~Dのうち、不静定次数が1であるものはいくつあるか。



① なし

② 1つ

③ 2つ

④ 3つ

⑤ 4つ

トラスの不静定次数の公式を使って解く問題です。



【例題④】 過去問の解説

不静定次数の公式は『 $N=m+r-2j$ 』です。

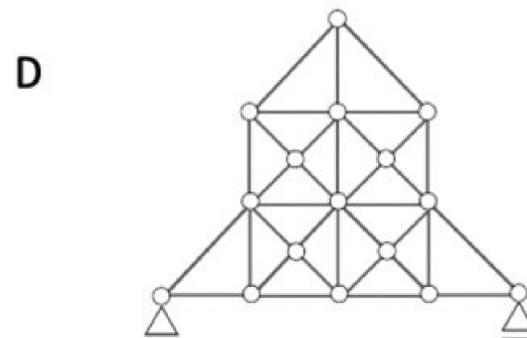
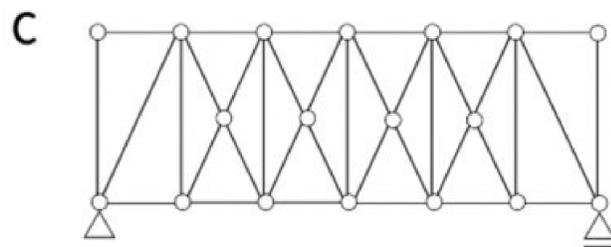
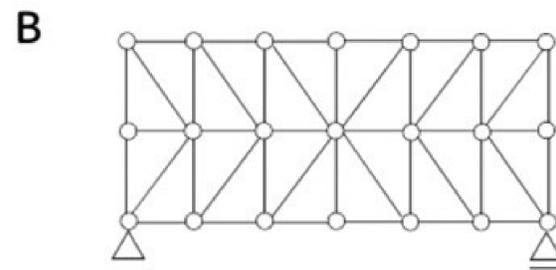
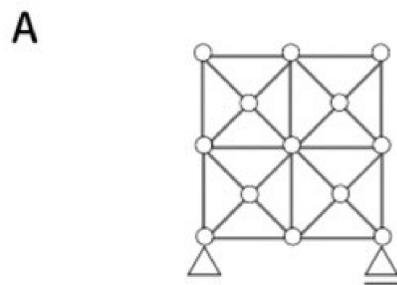
(m が部材数、 r が反力数、 j が節点数)

- A : $N=4+4-2\times 4=0$
(部材数 $m=4$ 、反力数 $r=4$ 、節点数 $j=4$)
- B : $N=3+4-2\times 3=1$
(部材数 $m=3$ 、反力数 $r=4$ 、節点数 $j=3$)
- C : $N=11+4-2\times 7=1$
(部材数 $m=11$ 、反力数 $r=4$ 、節点数 $j=7$)
- D : $N=7+4-2\times 5=1$
(部材数 $m=7$ 、反力数 $r=4$ 、節点数 $j=5$)

不静定次数が1であるもの ($N=1$) はB,C,D、答えは『④ 3つ』ですね！

【例題⑤】 過去問を解いてみよう！

次の4つの構造物A~Dのうち、不静定構造物のみをすべて選んでいるのはどれか。



① A,B

② C,D

③ A,B,D

④ B,C,D

⑤ A,B,C,D

こちらもトラスの不静定次数の公式を使って解く問題です。

複雑そうに見えるかもしれませんが、公式に当てはめれば一発です！



【例題⑤】 過去問の解説

不静定次数の公式は『 $N=m+r-2j$ 』です。

(m が部材数、 r が反力数、 j が節点数)

- A : $N=28+3-2\times 13=5$
(部材数 $m=28$ 、反力数 $r=3$ 、節点数 $j=13$)
- B : $N=44+3-2\times 21=5$
(部材数 $m=44$ 、反力数 $r=3$ 、節点数 $j=21$)
- C : $N=37+3-2\times 18=4$
(部材数 $m=37$ 、反力数 $r=3$ 、節点数 $j=18$)
- D : $N=35+3-2\times 16=5$
(部材数 $m=35$ 、反力数 $r=3$ 、節点数 $j=16$)

不静定次数の値が0より大きいもの ($N>0$) はA,B,C,D、答えは『 ⑤ A,B,C,D 』ですね！

計算でミスすると勿体ないので、部材一つ一つチェックするときにマークを付けながら数えるようにしましょう！

