

1

力のつり合い

1 力のつり合い

重要度

★★★

① いろいろな力

力のつり合いについて理解するうえでは、そもそも力の種類を把握しておく必要があります。ここでは、力の定義と代表的な力を紹介します。

力 F [N]

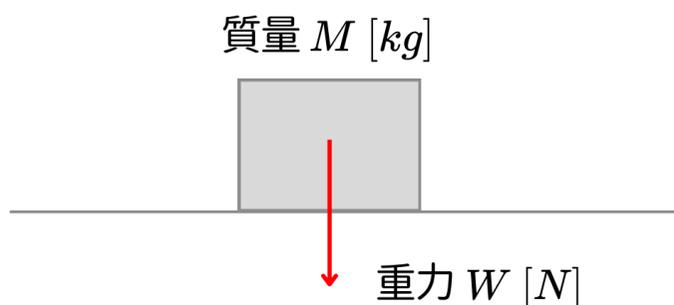
物体に加わる外的な影響のことで、その物体の運動状態や形状を変化させる原因となります。力は、ベクトル量であり、方向と大きさを持っています。

図では、方向と強さを「矢印」で表します。

(1) 重力 W [N]

g : 重力加速度

地球上では、主に $W = mg$ [m/s^2]



重力 W [N] ($= mg$)

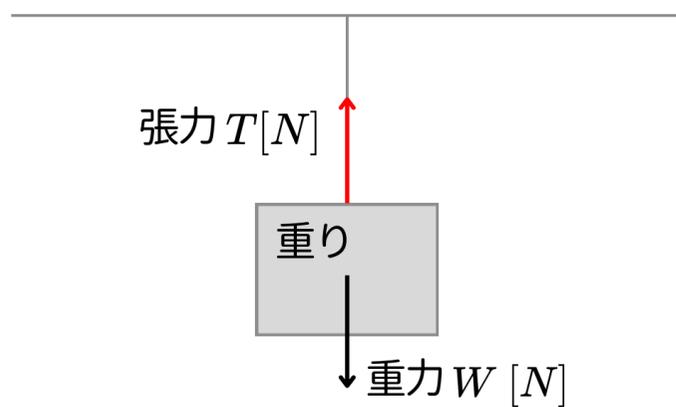
日常的な重さのことで、質量 m に作用する地球の引力です。

質量 m に比例します。

質量 m [kg]

物体に含まれる物質の量を表し、場所に関係なく一定です。

(2)張力



張力 $T[N]$

紐や糸などを引っ張る力です。張力には、それとつり合う力があります。（上図では、重りの重力 W ）

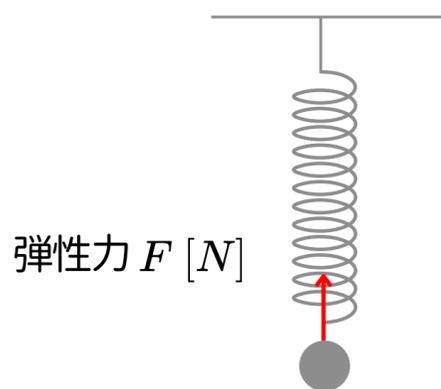
(3)垂直抗力



垂直抗力 $N[N]$

物体に作用する力(上図では重力)に対し、地面が押し返す力です。物体が静止しているとき、重力と反対方向、強さは同じになります。

(4)弾性力



フックの法則

$$F = kx$$

k : ばね定数

x : ばねの伸び

弾性力 $F[N]$

弾性とは、物体に力が加わった後、壊れずに元の形に戻ろうとする力です。

上記のフックの法則は、よく使いますので覚えてください。

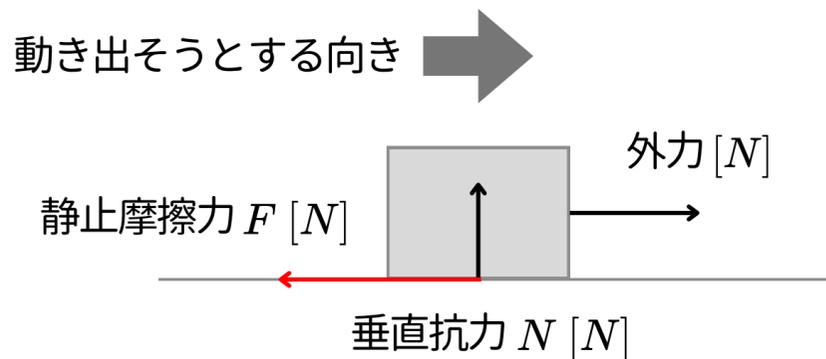
(5) 摩擦力

摩擦力 [N]

面からはたらく、物体の運動を妨げる力です。

静止摩擦力 F [N] と動摩擦力 F' [N] の2つに分けて考えます。

• 静止摩擦力 F [N]



静止摩擦力 F [N]

$$F \leq \mu N$$

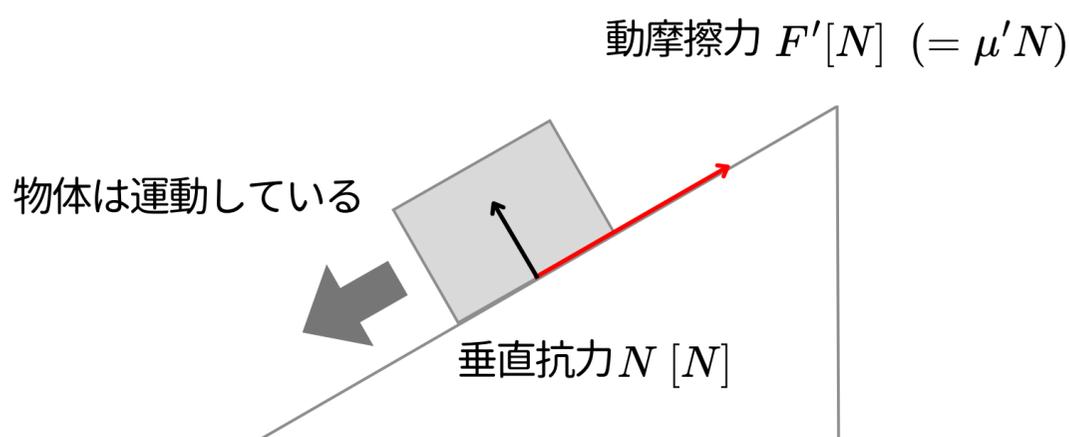
F : 静止摩擦力

μ : 静止摩擦係数
(単位なし)

N : 垂直抗力

静止中の物体にはたらく摩擦力です。物体が静止している状態では、物体に働く外力と同じ強さになりますが、静止摩擦力には限界があります。この限界の力を最大静止摩擦力といい、これを以上の力を与えると動き出すことになります。

• 動摩擦力 F' [N]



動摩擦力 F' [N]

$$F' = \mu' N$$

μ' : 動摩擦係数
(単位なし)

N : 垂直抗力 [N]

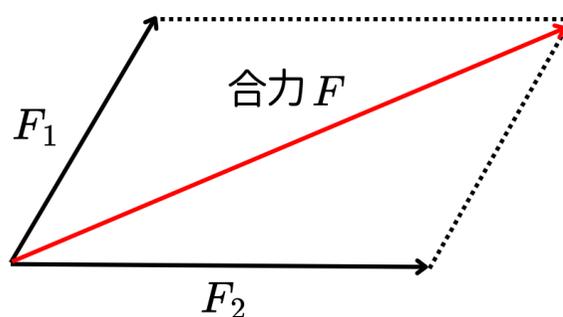
運動中の物体に働く摩擦力です。

動摩擦力の大きさは常に一定になります。

② 力の合成と分解

力は向きと大きさをもつ「ベクトル」なので、**合成と分解**をすることができます。

(1) 力の合成



物体に複数の力が働いているとき、1つの力として扱うことを力の合成といいます。また、合成した力のことを**合力**といいます。

2つの力を合成した場合、合力は平行四辺形の対角線の大きさと向きになります。

(2) 力の分解

1つの力を複数の力に分けることを力の分解といいます。

また、複数の力に分けられたそれぞれの力のことを分力といいます。

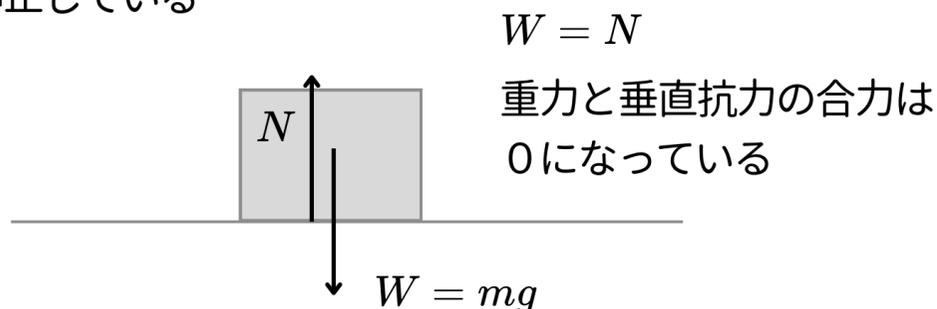
力の合成と分解には逆の関係があります。

③ 力のつりあい

物体の運動状態が変わらない (静止している、同じ速さで動いている) とき、力がつりあっているといいます。

このとき、**物体に働く外力の合力は0**になります。

物体は静止している

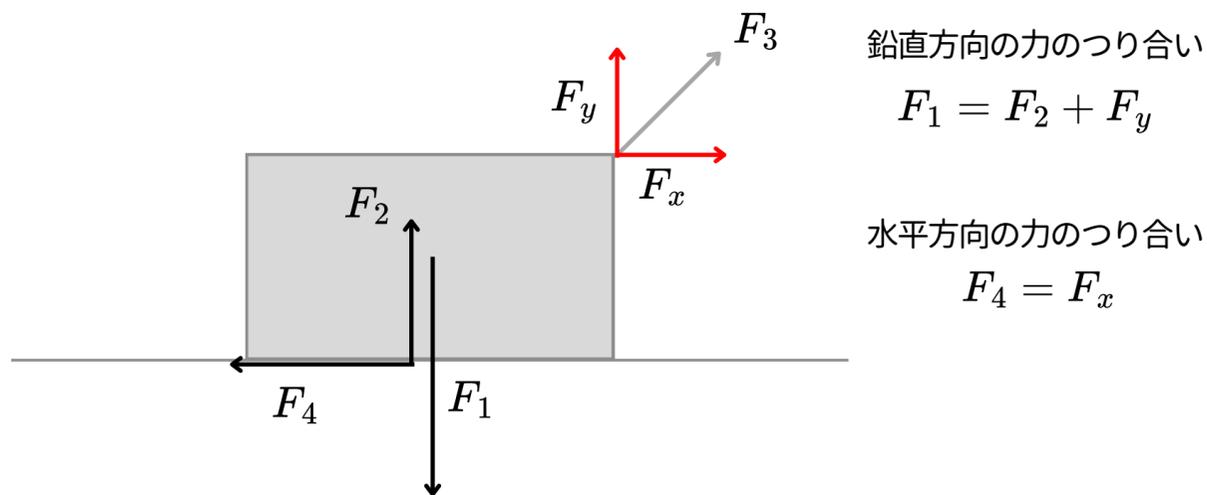


④ 3力以上のつりあい

力が3つ以上ある場合でも、物体が静止しているときには力のつりあいを考えます。

斜め方向の力があつた場合には、力を分解してつりあいを考えます。

物体が静止している



⑤ 力のモーメント

物体をその場で回転させる力の作用をモーメントといいます。

モーメント

$$M = Fl$$

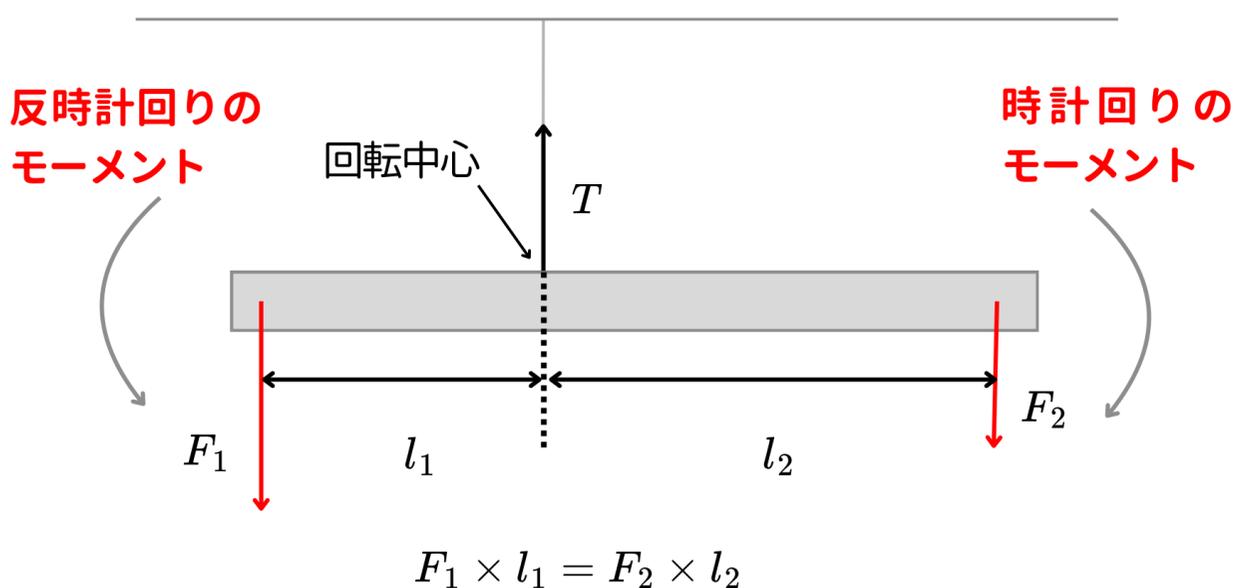
M : モーメント [$N \cdot m$]

N : 力の大きさ [N]

l : 軸からの長さ [m]

物体が静止していて、回転しない場合、モーメントがつりあっています。

時計回りのモーメント = 反時計回りのモーメント になります。

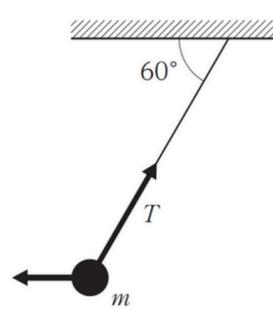


▶▶▶ スタートアップ問題

図のように、質量 m の小球に糸を取り付け、水平な天井からつるした後、小球を水平方向に引き、糸が天井と 60° の角をなす状態で静止させた。このとき、糸の張力 T の大きさとして最も妥当なのはどれか。

ただし、重力加速度の大きさを g とする。

1. $\frac{\sqrt{3}}{3}mg$
2. $\frac{\sqrt{3}}{2}mg$
3. mg
4. $\frac{2\sqrt{3}}{3}mg$
5. $2mg$



データ・資料

【国家一般職】
高卒技術・2022年度

用語

三角形の定理

三角形の内角の和は、 180° になります。

例えば、電圧を求める時は $V=RI$ という式を使います。

【解説】

張力 T を縦方向 T_y と横方向 T_x の2方向に分解します。

図1 張力 T の分解

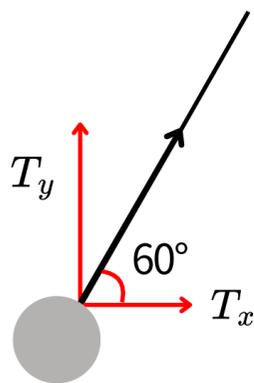
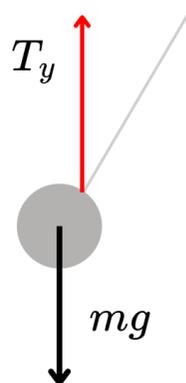


図2 鉛直方向の力のつり合い



小球による力と張力 T_y の関係に注目します。

小球には、重力の方式「 $W = mg$ 」から、 mg の重力が作用しています。また、静止しているので、力のつり合いにより、糸には、反対方向に同じ強さの力が発生しています。

$$T_y = mg$$

糸と天井との角度 60° から、直角三角形の定理を用いて糸の張力 T と T_y の長さ比を求めると以下ようになります。

$$T : T_y = 2 : \sqrt{3}$$

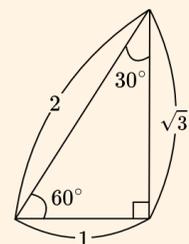
$$T = \frac{2}{\sqrt{3}} T_y$$

この式に「 $T_y = mg$ 」を代入すると、「 $T = \frac{2mg}{\sqrt{3}}$ 」となります。

テクニック

三角形の定理

三角形の内角の和は、 180° になります。
内角が 30° 、 60° 、 90° のとき、各辺の長さは、 $1 : 2 : \sqrt{3}$ となります。



ここで、右辺に $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ をかけると、「 $T = \frac{2\sqrt{3}}{3}mg$ 」となります。

したがって、答えは④です。

▶▶▶ スタートアップ問題

図のように、水平な粗い床の上にある質量 2.0 kg の小物体を、水平右向きに滑らせた。このとき、小物体に作用する動摩擦力の大きさとして最も妥当なのはどれか。



ただし、小物体と床の間の動摩擦係数を 0.50 、重力加速度の大きさを 10 m/s^2 とする。

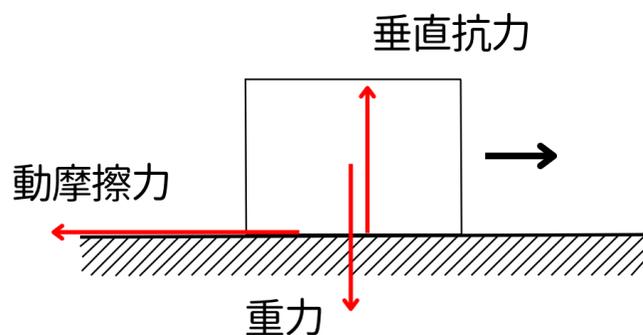
1. 2 N
2. 5 N
3. 8 N
4. 10 N
5. 12 N

データ・資料

【国家一般職】
高卒技術・2022年度

【解説】

小物体にはたらく力は、以下の図のようになります。



動摩擦の公式「動摩擦力＝押し付ける力（質量×重力加速度）×動摩擦係数」に「質量 $m = 2.0 \text{ [kg]}$ 」「重力加速度 $g = 10 \text{ [m/s}^2]$ 」「動摩擦係数 $\mu' = 0.50$ 」を代入すると、以下のようになります。

$$F = 0.50 \times 2.0 \times 10 = 10$$

したがって、答えは④です。

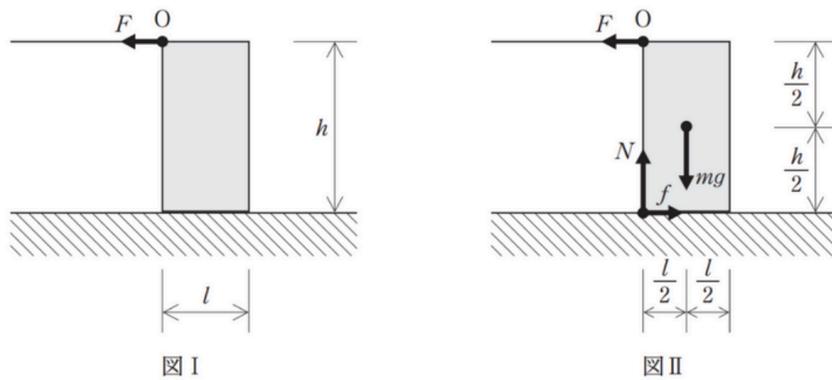
ひっかけ注意

回答の単位が N であることに注意してください。

▶▶▶ スタートアップ問題

図 I のように、粗い水平面上に静止している長さ l 、高さ h 、質量 m の一様な直方体の剛体を、点 O に付けた糸により紙面と平行かつ水平左向きに大きさ F の力で引っ張った。 F を徐々に大きくしていったところ、 F が F_0 を超えた直後、剛体は水平面上を滑ることなく傾き始めた。このとき、 F_0 として最も妥当なのはどれか。

ただし、重力加速度の大きさを g とする。また、図 II は剛体に働いた力を表しており、 N は垂直抗力を、 f は静止摩擦力を表す。



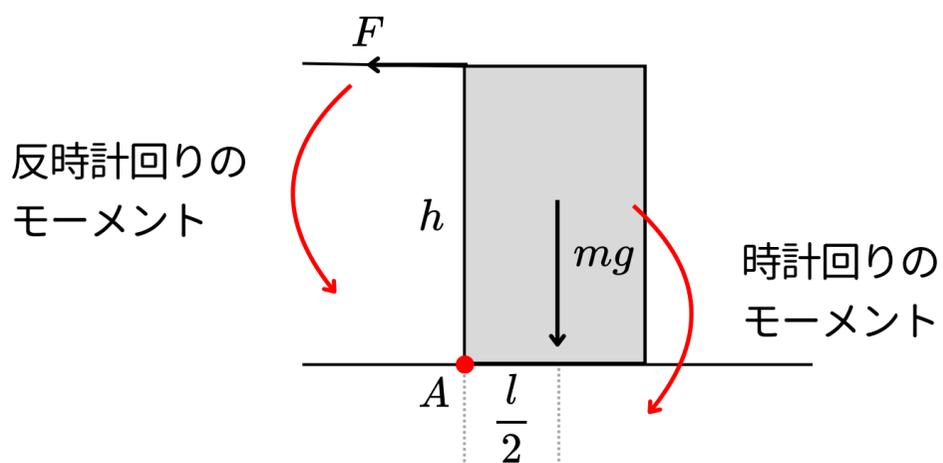
1. $\frac{mgh}{2l}$
2. $\frac{mgh}{l}$
3. $\frac{mgl}{2h}$
4. $\frac{mgl}{h}$
5. $\frac{2mgl}{h}$

【解説】

垂直抗力、静止摩擦力の作用点を A とするとき、「傾き始めた」というのは「 A 点を中心として反時計回りに回転し始めた」ということです。回転を考えるため、点 A まわりのモーメントを考えます。モーメントは「力×距離」です。点 A のまわりのモーメントを考えると次のようになります。

$$M_1 = mg \times \frac{l}{2} = \frac{mgl}{2} \quad (\text{時計回り})$$

$$M_2 = F_0 = F \times h \quad (\text{反時計回り})$$



データ・資料

【国家一般職】
高卒技術・2021年度

M_1 と M_2 が等しい時が「 $F = F_0$ 」であり、傾き始めた時と考えられます。

$$Fh = \frac{mgl}{2} \Rightarrow F = \frac{mgl}{2h}$$

したがって、答えは③です。

▶▶▶ スタートアップ問題

一端を固定したばねに質量2.0 kgのおもりをつるしたところ、自然長から50 cm 伸びたところで静止した。このばねのばね定数はおよそいくらか。

ただし、重力加速度の大きさを 10 m/s^2 とする。

1. 0.40 N/m
2. 4.0 N/m
3. 25 N/m
4. 40 N/m
5. 2.5×10^2 N/m

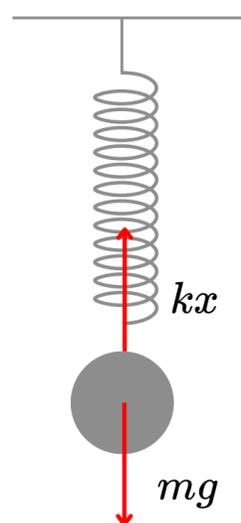
データ・資料

【国家一般職】
高卒技術・2016年度

【解説】

フックの法則「 $F = kx$ 」を使います。 k がばね定数、 x はばねの伸びです。

おもりにはたらく力のつり合い



選択肢の単位に注目して、 x の単位は[m]で考えます。ばねにかかる力はつり合っていることから次のようになります。

$$kx = ma \Rightarrow k \times 0.5 = 2.0 \times 10$$

$$k = 40$$

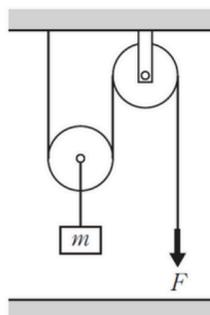
したがって、答えは④です。

▶▶▶ スタートアップ問題

図のように、天井に固定された軽い定滑車と、質量 m の荷物を取り付けた軽い動滑車に糸を通し、その糸を引いて荷物を床から持ち上げた。荷物がこの状態で静止しているとき、加えている力 F の大きさとして最も妥当なのはどれか。

ただし、摩擦は無視するものとする。また、重力加速度の大きさを g とする。

1. $\frac{1}{4}mg$
2. $\frac{1}{3}mg$
3. $\frac{1}{2}mg$
4. $\frac{2}{3}mg$
5. mg



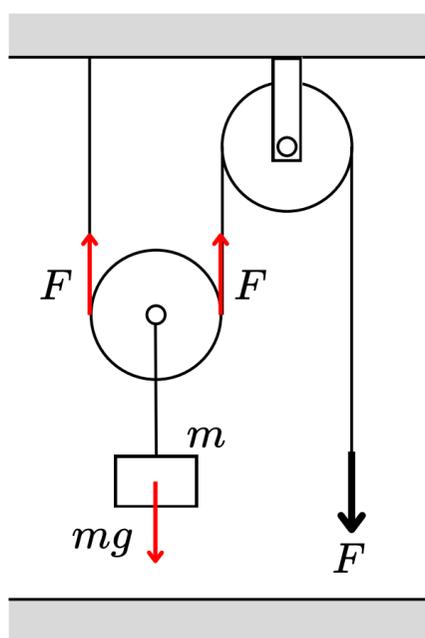
データ・資料

【国家一般職】
高卒技術・2019年度

【解説】

滑車の特性として、「地面や天井とつながっている滑車は力の方向を変えるが、力の大きさは変わらない」、「一本の糸にはたらく力の大きさはすべて等しい」です。糸にかかる力は、下図になります。

物体にはたらく力のつり合い



質量 m の物体には、下向き mg の力が働きます。そして、「荷物がこの状態で静止しているとき」は、上向きの力 $2F$ と、下向きの力 mg が等しくなります。

$$2F = mg \Rightarrow F = \frac{1}{2}mg$$

したがって、答えは③です。

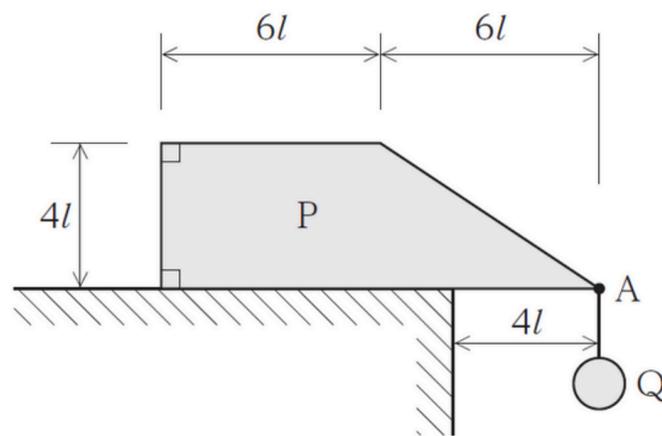
頻出過去問！コレが出る

問題 1

図のように、質量 M の一様な剛体 P を水平な台から長さ $4l$ だけはみ出すように置き、 P の右下端 A から質量 m の小物体 Q を糸でつるした。このとき、 P が傾かない最大の m として最も妥当なのはどれか。

ただし、 P の奥行き方向の厚さは無視できるものとする。また、 P と Q は同一の平面内にあり、この平面内における力の釣合いのみを考えるものとする。

なお、必要ならば、三角形の 3 本の中線は 1 点で交わり、各中線はその交点でそれぞれ $2:1$ に内分されることを用いてよい。

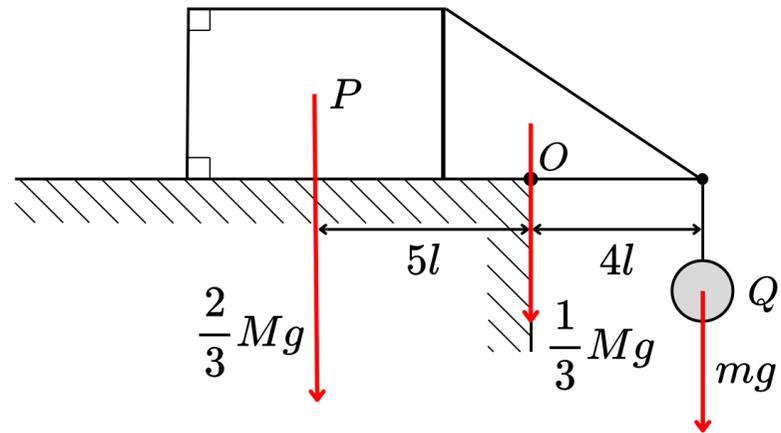


1. $\frac{1}{2}M$
2. $\frac{2}{3}M$
3. $\frac{5}{6}M$
4. M
5. $\frac{7}{6}M$

解説

剛体を四角形と三角形に分けて考えます。物体が一様なので質量は面積に比例します。つまり四角形の質量が $\frac{2}{3}M$ 、三角形の質量が $\frac{1}{3}M$ です。それぞれの重力は重心に加わると考えると、下図のようになります。

剛体にはたらく力



台の角（点 O ）を中心とするモーメントのつりあいを考えると、 P が傾かない条件は以下のようになります。

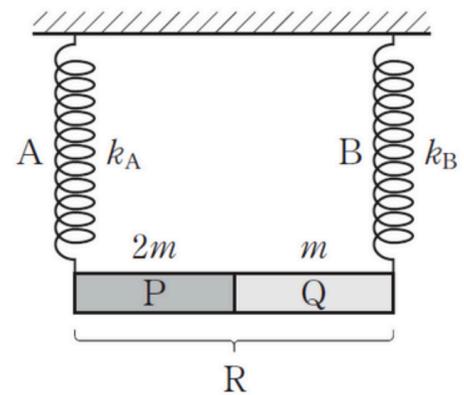
$$mg \times 4l \leq \frac{2}{3}Mg \times 5l \Rightarrow m \leq \frac{5}{6}M$$

したがって、答えは③です。

答え 3

問題 2

質量 $2m$ の一様な剛体棒 P と、長さ及び断面形状が P とそれぞれ同じで、質量 m の一様な剛体棒 Q を隙間なく接合した剛体棒 R がある。図のように、R の両端を、水平な天井の 2 点から軽いばね A, B が鉛直になるようにつるしたところ、A, B は同じ長さとなった。A, B の自然長が等しいとき、A, B のばね定数 k_A, k_B の比として最も妥当なのはどれか。

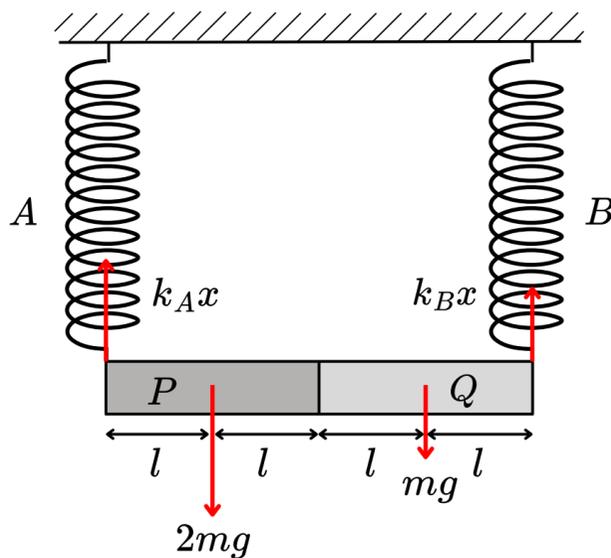


$$k_A : k_B$$

1. 2 : 1
2. 3 : 2
3. 5 : 3
4. 7 : 5
5. 9 : 7

解説

2つのばねの伸びを x 、P および Q の長さを $2l$ 、重力加速度を g とします。



鉛直方向のつり合いは次のようになります。

$$k_A x + k_B x = 2mg + mg$$

R の左端を中心とするモーメントのつり合いは次のようになります。

$$k_B x \times 4l = 2mg \times l + mg \times 3l$$

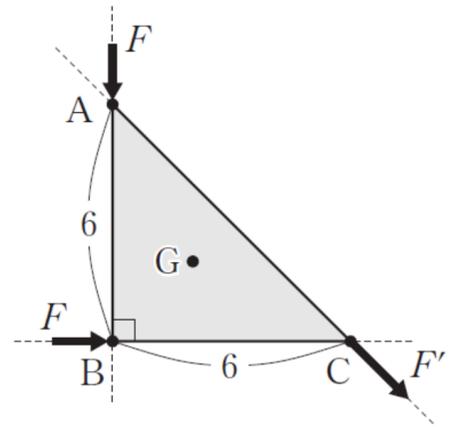
以上より、 $k_A x = \frac{7}{4}mg$ 、 $k_B x = \frac{5}{4}mg$ となります。
よって、「 $k_A : k_B = 7 : 5$ 」です。

したがって、答えは④です。

答え 4

問題 3

図のように、滑らかな水平面上において、 $AB = BC = 6$ 、 $\angle ABC = 90^\circ$ の直角二等辺三角形の薄い一様な剛体板 ABC を、その重心 G で滑らかに回転できるように固定し、静止させた。その状態で、点 A には \overrightarrow{AB} の向きに大きさ F の力を、点 B には \overrightarrow{BC} の向きに大きさ F の力を、点 C には \overrightarrow{AC} の向きに大きさ F' の力を同時に加えたところ、剛体板 ABC は静止したままであった。このとき、 F' として最も妥当なのはどれか。



1. F
2. $\sqrt{2}F$
3. $2F$
4. $\frac{3\sqrt{2}}{2}F$
5. $2\sqrt{2}F$

解説

点 G を中心として3つの力のモーメントがつりあうことになります。そこで、点 G から3辺に下ろした垂線の長さを求めます。三角形の重心は、各頂点と対辺の中点を結んだ中線の交点です。そして重心は中線を $2:1$ に内分します。

$$AB、BC \text{ に下ろした垂線の長さ： } 6 \times \frac{1}{3} = 2$$

$$AC \text{ に下ろした垂線の長さ： } \left(6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \times \frac{1}{3} = \sqrt{2}$$

以上より、モーメントのつり合いは次のようになります。

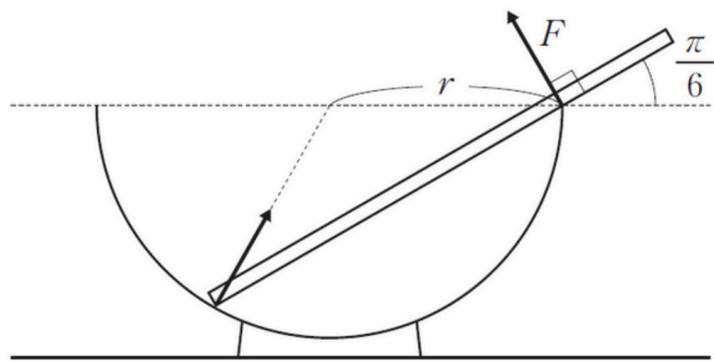
$$F'\sqrt{2} = 2 \times F + 2 \times F \Rightarrow F' = 2\sqrt{2}F$$

したがって、答えは⑤です。

答え 5

問題 4

図のように、縁が水平になるように固定された半径 r の半球面上で、質量 m の一様な細い剛体棒が静止している。剛体棒と水平面のなす角が $\frac{\pi}{6}$ であるとき、剛体棒が半球面の縁から受ける力 F の大きさとして最も妥当なのはどれか。



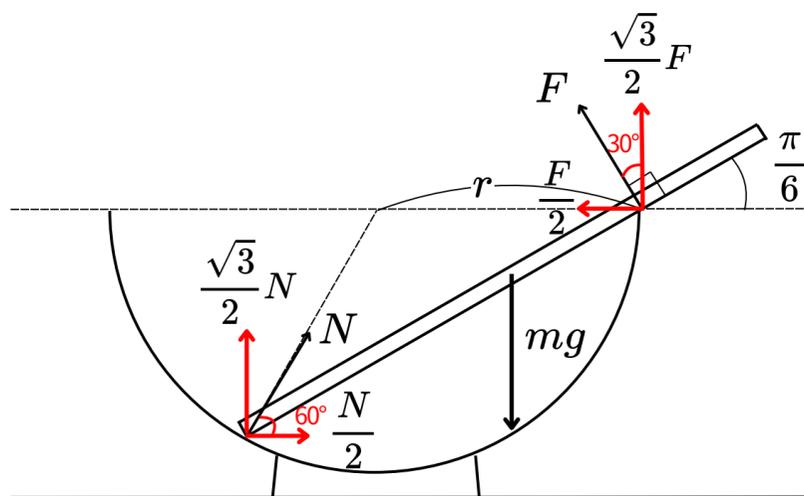
ただし、重力加速度の大きさを g とし、摩擦はないものとする。

なお、図中の矢印は、剛体棒が半球面から受ける力の向きを示す。

1. $\frac{mg}{2}$
2. $\frac{\sqrt{3}mg}{3}$
3. $\frac{2mg}{3}$
4. $\frac{\sqrt{2}mg}{2}$
5. $\frac{\sqrt{3}mg}{2}$

解説

半球面から棒が受ける垂直抗力を N とします。



鉛直方向のつり合いは、次のようになります。 F は鉛直方向から 30° 、 N は水平方向から 60° 傾いています。水平方向のつり合いは、次のようになります。

$$\frac{N}{2} = \frac{F}{2} \Rightarrow N = F$$


$$\frac{\sqrt{3}}{2}N + \frac{\sqrt{3}}{2}F = mg \Rightarrow F = \frac{\sqrt{3}}{3}mg$$

したがって、答えは②です。

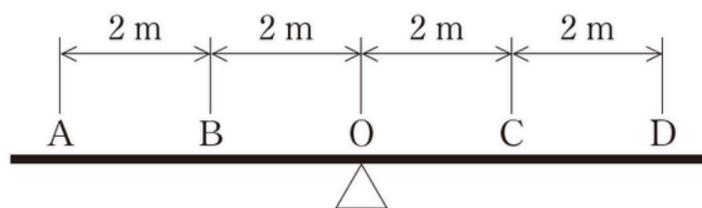
答え 2

問題 5

図のように、一様な剛体棒が中央の点Oで支持されて静止している。次のことが分かっているとき、小球Xの質量はおよそいくらか。

- ・小球Xを点A、小球Yを点C、小球Zを点Dに静かに置いたとき、点Oまわりのモーメントが釣り合った。
 - ・小球Xを点B、小球Yを点Dに静かに置いたとき、点Oまわりのモーメントが釣り合った。
 - ・小球Zを点Bに静かに置いた直後の点Oまわりのモーメントの大きさは、 $600 \text{ N}\cdot\text{m}$ であった。
- ただし、重力加速度の大きさを 10 m/s^2 とする。

1. 10 kg
2. 20 kg
3. 30 kg
4. 40 kg
5. 50 kg



解説

問題文の2つ目の条件から「 $X = 2Y$ 」、3つ目の条件から「 $Z = 30[\text{kg}]$ 」が分かります。これらの条件を1つ目の条件に代入すると、Oを中心とするモーメントのつり合いは次のようになります。

$$2Y \times 4 = 2Y + 4 \times 300 \Rightarrow Y = 200$$

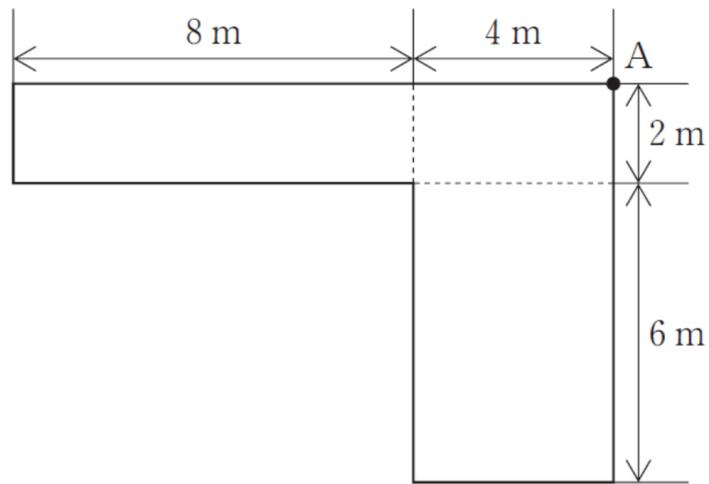
よって、Yの質量は $20[\text{kg}]$ 、Xの質量は $40[\text{kg}]$ となります。

したがって、答えは④です。

答え 4

問題 6

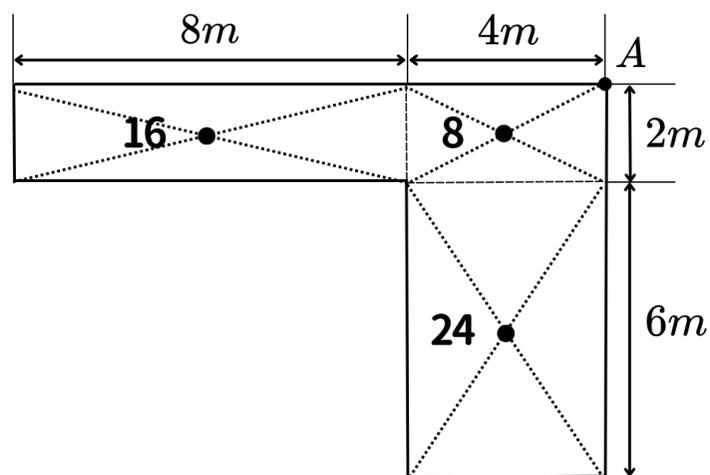
平面形状が図のような形の一様な薄い板がある。この板の重心と点 A の距離はいくらか。



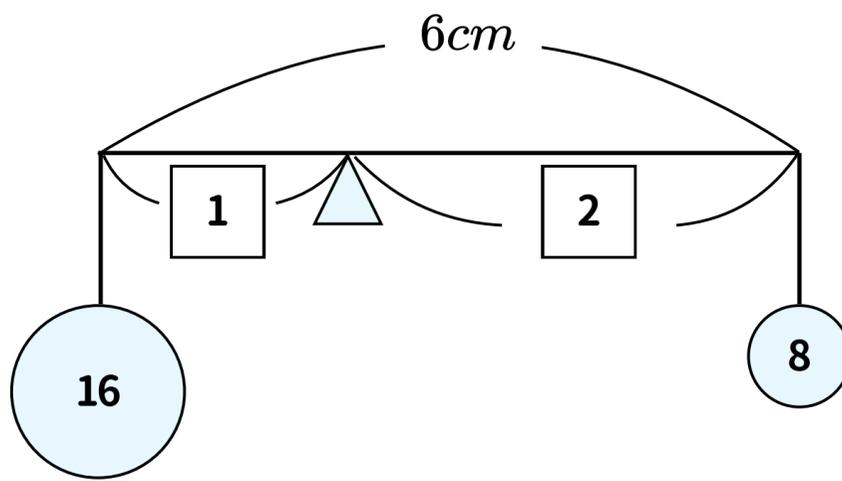
1. 2 m
2. 3 m
3. 4 m
4. 5 m
5. 6 m

解説

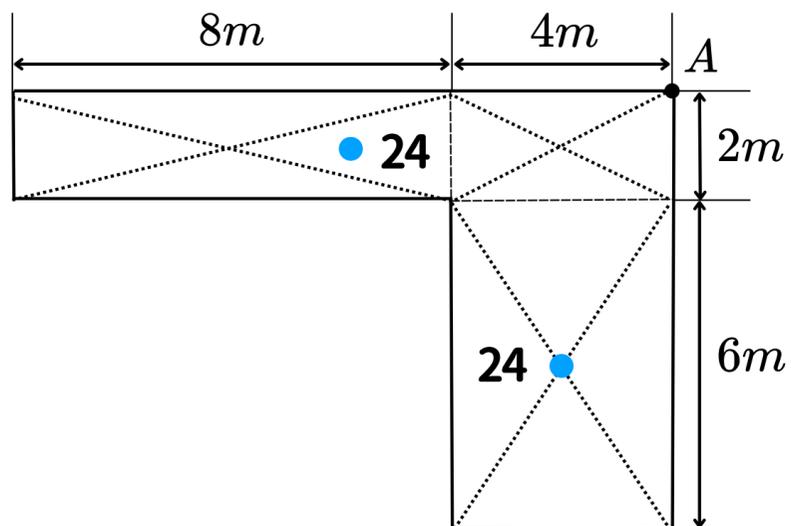
長方形の重心は対角線の交点です。複雑な図形は単純な図形に分けて考えます。本問では、3つの長方形に分けて以下のように考えます。



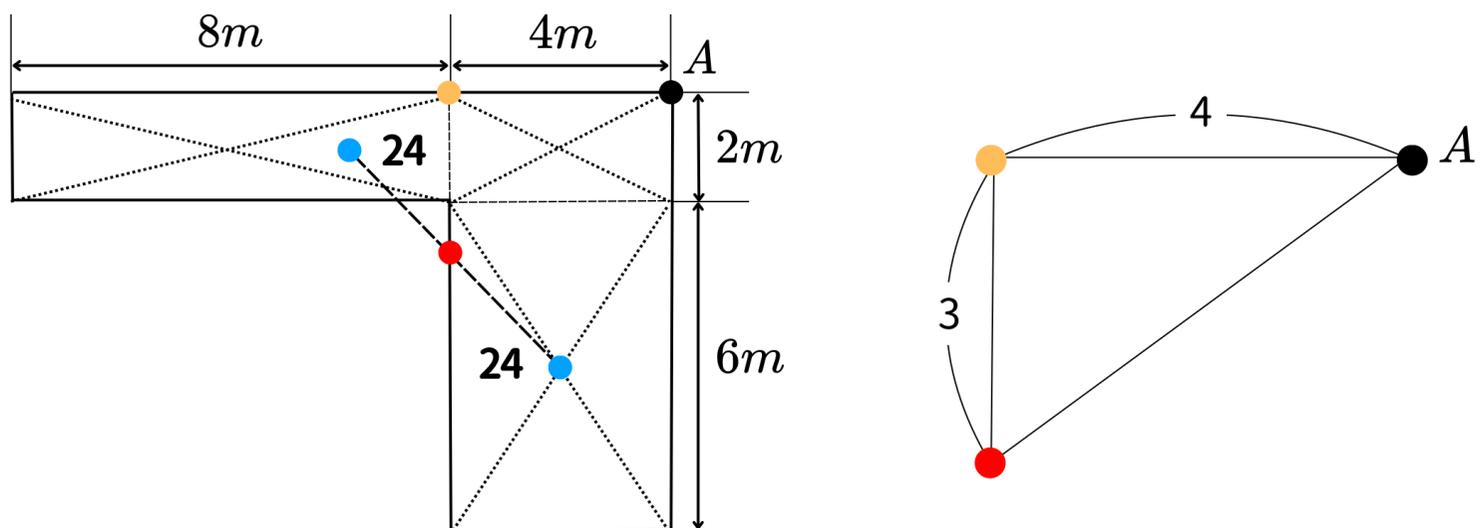
数値はそれぞれ長方形の面積をあらわしており、これらは重さに比例します。



上図のつりあいから、2つの質点を1つにまとめて下図のように考えることができます。



再び2つの質点のつりあいを考えると、重さが同じであるため、重心は2つの質点を結ぶ直線の中点となります。



直角三角形に注目し、三平方の定理より A からの距離は $5 [m]$ と分かります。

したがって、答えは④です。

答え ④